

Univerzita Palackého v Olomouci

Pedagogická fakulta

MAGISTER

reflexe primárního a preprimárního vzdělávání
ve výzkumu

2/2018

Katedra primární a preprimární pedagogiky

Magister: reflexe primárního a preprimárního vzdělávání ve výzkumu

Vydala a vytiskla Univerzita Palackého v Olomouci, Křížkovského
8, 771 47 OLOMOUC

Redakční rada:

doc. PhDr. Eva Šmelová, Ph.D. (předsedkyně rady)

doc. PaedDr. Miluše Rašková, Ph.D. (místopředsedkyně rady)

PhDr. Dominika Provázková Stolinská, Ph.D. (vedoucí redaktorka)

Mimouniverzitní a mezinárodní redakční rada:

doc. PhDr. Ludmila Belásová, Ph.D. (Prešovská univerzita v Prešově)

doc. PaedDr. Vlasta Cabanová, Ph.D. (Žilinská univerzita v Žilině)

prof. PhDr. Karel Rýdl, CSc. (Univerzita Pardubice)

prof. Dr. Milena Ivanuš Grmek (Univerzita v Mariboru)

prof. dr. Jurka Lepičnik Vodopivec, Ph.D., full prof. (Univerzita
v Koperu)

prof. nadzw. Drhab. Jolanta Karbowniczek (Univerzita v Krakově)

Redakce:

prof. PaedDr. Libuše Ludíková, CSc. (výkonný redaktor)

Mgr. Jana Kreiselová (odpovědný redaktor)

Ing. Jan Částka (autor obálky)

Mgr. Šárka Klímová (technický redaktor)

Za spolupráci děkujeme celému týmu recenzentů, kteří podpořili
odbornou úroveň jednotlivých letošních čísel.

Za kvalitu obrázků, jazykovou správnost a dodržení bibliografické
normy odpovídají autoři jednotlivých článků.

Neoprávněné užití tohoto díla je porušením autorských práv a může
zakládat občanskoprávní, správněprávní, popř. trestněprávní
odpovědnost.

MK 67581/2012

ISSN 1805-7152 (Print)

ISSN 2571-1342 (On-line)

Magister: reflection of primary and preprimary education in research

Published and printed by Palacký University Olomouc,
Křížkovského 8, 771 47 Olomouc, the Czech Republic

Editorial Board:

doc. PhDr. Eva Šmelová, Ph.D. (Chair of Board)

doc. PaedDr. Miluše Rašková, Ph.D. (Vice-President of Board)

PhDr. Dominika Provázková Stolinská, Ph.D. (editor)

Non-university and International Editorial Board:

doc. PhDr. Ludmila Belásová, Ph.D. (University of Prešov)

doc. PaedDr. Vlasta Cabanová, Ph.D. (University of Žilina)

prof. PhDr. Karel Rýdl, CSc. (University of Pardubice)

prof. Dr. Milena Ivanuš Grmek (University of Maribor)

prof. dr. Jurka Lepičnik Vodopivec, Ph.D., full prof. (University of Koper)

prof. nadzw. Dr hab. Jolanta Karbowiczek (University of Kraków)

Editing:

prof. PaedDr. Libuše Ludíková, CSc. (executive editor)

Bc. Otakar Loutocký (responsible editor)

Ing. Jan Částka (author imprint)

Mgr. Šárka Klímová (technical editor)

Thanks for cooperation to the whole team of reviewers who have supported the professional level of journal in this year.

For pictures, linguistic accuracy and compliance with bibliographic standards rests with the authors of the articles.

Unauthorized use of this journal is a violation of copyright laws and may be based civil, administrative law or criminal liability.

MK 67581/2012

ISSN 1805-7152 (Print)

ISSN 2571-1342 (On-line)

OBSAH

MATEMATIKA V PREDPRIMÁRNEJ EDUKÁCII NA SLOVENSKU A V NEMECKU (BAVORSKU)

Iveta Scholtzová, Renáta Iždinská 9

ÚSPĚŠNOST ŽÁKŮ NA POČÁTKU SEKUNDÁRNÍHO VZDĚLÁVÁNÍ PŘI ŘEŠENÍ GEOMETRICKÝCH ÚLOH ZE SOUTĚŽE MATEMATICKÝ KLOKAN

David Nocar, Tomáš Zdráhal. 16

PĚSTOVÁNÍ MATEMATICKÉ PREGRAMOTNOSTI V PŘEDŠKOLNÍM VZDĚLÁVÁNÍ

Libuše Smidžárová, Alena Hošpesová 30

MOBILNÉ APLIKÁCIE NA POROZUMENIE POJMU USPORADANIE

Edita Partová, Katarína Žilková 37

ROZVOJ EXEKUTÍVNYCH FUNKCIÍ V MATEMATIKE PROSTREDNÍCTVOM STIMULAČNÉHO PROGRAMU

Alena Prídavková, Edita Šimčíková, Blanka Tomková 52

PŘIPRAVENOST BUDOUCÍCH UČITELŮ PRIMÁRNÍHO STUPNĚ NA PRÁCI S GRADOVANÝMI ÚLOHAMÍ V MATEMATICE

Radka Dofková, Jitka Laitochová 59

LOGICZNE MYŚLENIE JAKO ELEMENT ROZWOJU
MATEMATYCZNEGO DZIECI

Grażyna Rygał, Agnieszka Borowiecka 66

JEDNO PROSTE ZADANIE..

Ewa Swoboda 72

ABSTRACTS 80

INFORMACE PRO AUTORY 84

CONTENT

MATHEMATICS IN PRE-PRIMARY EDUCATION IN SLOVAKIA AND GERMANY (BAVARIA) Iveta Scholtzová, Renáta Iždinská	9
PUPILS' SUCCESS RATE IN SOLVING GEOMETRIC PROBLEMS FROM MATH KANGAROO CONTEST AT THE BEGINNING OF SECONDARY EDUCATION David Nocar, Tomáš Zdráhal.	16
GROWING OF MATHEMATICAL LITERACY IN PRE- -SCHOOL EDUCATION Libuše Smidžárová, Alena Hošpesová	30
MOBILE APPLICATIONS FOR UNDERSTANDING OF CONCEPT OF ORDERING Edita Partová, Katarína Žilková	37
DEVELOPMENT OF EXECUTIVE FUNCTIONS IN MATHEMATICS THROUGH STIMULATION PROGRAMME Alena Prídavková, Edita Šimčíková, Blanka Tomková	52
PROSPECTIVE TEACHER READINESS FOR WORKING WITH GRADED TASKS IN PRIMARY MATHEMATICS Radka Dofková, Jitka Laitochová	59

LOGICAL THINKING AS AN ELEMENT OF CHILDREN'S
MATHEMATICAL DEVELOPMENT

Grażyna Rygał, Agnieszka Borowiecka	66
ONE SIMPLE TASK	
Ewa Swoboda	72
AUTHORS	82
ABSTRACTS	84
INFORMATION FOR AUTHORS.	91

Matematika v predprimárnej edukácii na Slovensku a v Nemecku (Bavorsku)

Iveta Scholtzová, Renáta Iždinská

Katedra matematickej edukácie, Pedagogická fakulta, Prešovská univerzita v Prešove

1. Školský systém na Slovensku a v Nemecku (Bavorsku)

Štruktúra školského systému na Slovensku a v Nemecku je tvorená jednotlivými stupňami vzdelávania, a to predprimárnym, primárnym, sekundárnym (nižším a vyšším), terciárnym a oblasťou ďalšieho vzdelávania. Systém fungovania výchovy a vzdelávania v školskom systéme na Slovensku je upravený vyhláškami Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky. V Nemecku je právo tvoriť zákony v oblasti školstva v kompetencii jednotlivých spolkových krajín. Zatiaľ čo predprimárny stupeň vzdelávania spadá v Spolkovej krajine Bavorsko do kompetencie Bavorského ministerstva pre prácu, rodinu a sociálne veci, ďalšie stupne už do rezortu Bavorského štátneho ministerstva pre vyučovanie a vzdelávanie a Bavorského štátneho ministerstva pre vedu a umenie.

2. Predprimárne vzdelávanie na Slovensku a v Nemecku (Bavorsku)

Predprimárny stupeň vzdelávania sa na Slovensku týka prevažne detí vo veku 3 – 6 rokov. V Nemecku môžu byť do tohto stupňa vzdelávania zaradované deti už od 1 roku. Jedným z rozdielov

v organizácii vzdelávania je jeho spomenuté zaradenie. Na Slovensku spadá pod oblasť školstva, v Spolkovej krajine Bavorsko pod sociálnu oblasť. Napriek tomu je považované za dôležitú súčasť vzdelávacej sústavy. Tomu nasvedčuje i dôraz na konštruktívny prechod z predprimárneho na primárny stupeň vzdelávania a kontinuitu vzdelávacej dráhy. Obsah a ciele výchovy a vzdelávania vymedzuje na Slovensku *Štátny vzdelávací program pre predprimárne vzdelávanie v materských školách*, v Bavorsku je to *Bavorský výchovno-vzdelávací plán pre deti v denných zariadeniach až do začiatku školskej dochádzky*. Obidva vzdelávacie rámce členia obsah vzdelávania do vzdelávacích oblastí. V ďalšom texte sa budeme venovať analýze a komparácii vzdelávacích oblastí *Matematika a práca s informáciami* (Slovensko) a *Mathematik* (Bavorsko).

3. Elementy matematiky v obsahu vzdelávania na predprimárnom stupni na Slovensku a v Nemecku (Bavorsku)

Na Slovensku je vzdelávacia oblasť *matematika a práca s informáciami* (časť matematika) rozčlenená do vzdelávacích podoblastí *čísla a vzťahy, geometria a meranie, logika*. Odlišnú štruktúru má vzdelávacia oblasť *matematika* v bavorskom vzdelávacom pláne. Jej ciele sú rozčlenené do podoblastí *prenumerická oblasť, numerická oblasť, jazykové a symbolické vyjadrenie matematického obsahu*. Následná komparatívna analýza je realizovaná v kontexte oblastí, ktoré pre matematickú pregramotnosť definuje *Projekt OP VVV Podpora pregramotností v predškolskom vzdelávaní*.

V oblasti **predstav o kvantite** je jedným z cieľov bavorského vzdelávacieho plánu kompetencia počítať (*Zählenkompetenz*). Zdôrazňuje sa porozumenie funkčnému princípu priradenia jedna k jednej, kedy každému počítanému objektu je priradené práve jedno číslo. V súvislosti s tým deti získavajú porozumenie stabilnému poradiu čísel, teda skutočnosti, že objekty sa pri počítaní pomenúvajú číslami v poradí, ako za sebou nasledujú. Zdôrazňuje sa zaraďovanie číseliek do bežných činností, napríklad

pri vyratúvaní predmetov, tónov a pod. Obsahové štandardy vymedzené štátnym vzdelávacím programom platným na Slovensku majú podobné zameranie. Deti vymenúvajú čísla od 1 do 10 vzostupne a majú byť schopné pokračovať od ľubovoľného čísla. V obore do 10 určujú počítaním po jednom počet predmetov v skupine, vytvárajú skupinu predmetov s daným počtom, alebo ju zo skupiny oddeľujú. Počet predmetov určujú aj pomocou hmatu alebo sluchu. Podľa bavorského vzdelávacieho plánu získavajú deti základné kvantitatívne chápanie množstva a počtu. S pochopením prirodzeného čísla ako kvantity súvisí cieľ chápať čísla ako označenia množstiev, dĺžok, váh, času alebo peňazí.

S binárnou reláciou porovnávanie sa stretávame v slovenskom i bavorskom kurikule v oblasti číselných predstáv aj geometrie. Na základe cieľov bavorského vzdelávacieho plánu deti majú získavať základné porozumenie binárnym reláciám napr. väčší/menší a zároveň pojmy súvisiace s porovnávaním používať v bežnom živote. V súvislosti s nadobúdaním predstáv o veľkostiach a s porozumením meraniu, vykonávajú žiaci porovnávanie na základe dĺžky, času, hmotnosti, objemu i peňažnej hodnoty. Slovenský vzdelávací program taktiež uvádza porovnávanie na základe rozličných parametrov (dĺžka, výška, šírka, hrúbka). Deti porovávajú dva predmety odhadom aj meraním a výsledok porovnania vyslovia pomocou stupňovania prídavných mien. V oblasti čísel určujú pre dve skupiny, kde je viac, menej alebo rovnako veľa predmetov bez alebo s určením počtu.

Bavorský vzdelávací plán zdôrazňuje získanie základného porozumenia vzťahom ako často, ako veľa, o koľko viac a v súvislosti s tým aj porozumenie binárnym operáciám sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie. Modely sčítania a odčítania sa vytvárajú na danom množstve predmetov, ktoré je potrebné zoskupiť alebo rozdeliť. Propedeutikou uvedených binárných operácií je na Slovensku riešenie kontextových úloh s jednou operáciou pomocou určovania počtu, kde sa pridáva, odoberá, dáva spolu a rozdeľuje. V oblasti propedeutiky delenia majú deti bez zisťovania počtu rozdeliť skupinu na dve alebo tri skupiny s rovnakým počtom.

V oblasti **geometrické predstavy** a problematiky orientácie v rovine i v priestore uvádza bavorský vzdelávací plán všeobecne naformulovaný cieľ získať skúsenosti s viacdimenzionálnou geometriou. Podrobnejšie sa však venuje priestorovej orientácii. Za dôležité považuje získavanie skúseností s rôznymi priestorovými pozíciami vo vzťahu k vlastnému telu a objektom prostredia. Ako základ priestorovej orientácie má slúžiť schéma vlastného tela. Súčasťou je budovanie vizuálnej a priestorovej predstavivosti pomocou konštrukcie mentálnych obrazov, napríklad objektov, ktoré nie je vidieť. Deti majú nadobúdať základné pochopenie priestoru a času. V štátnom vzdelávacom programe na Slovensku sa oproti Bavorsku kladie väčší dôraz na orientáciu v rovine. V rámci rovinnej a priestorovej orientácie deti určujú objekt na základe popisu polohy. Opisujú polohu objektu, umiestňujú ho podľa pokynov alebo dávajú pokyn na jeho umiestnenie na určité miesto v miestnosti alebo na obrázku, na opis sa využívajú slovné spojenia. Deti sa navyše majú pohybovať v štvorcovej sieti pomocou šípok alebo iných dohodnutých symbolov. Bavorské kurikulum práci v štvorcovej sieti nevenuje špeciálnu pozornosť. V súlade s cieľmi štátneho vzdelávacieho programu na Slovensku navyše deti kreslia, modelujú a pomenúvajú rovnú a krivú čiaru. Čiarový pohyb využívajú i na spájanie bodov do obrazcov, kreslenie obrysov či identifikáciu cesty v obrazci.

V súvislosti so získavaním skúseností s viacdimenzionálnou geometriou majú deti v Bavorsku rozoznávať geometrické útvary na základe ich vonkajšej stavby a nachádzať postupne čoraz viac charakteristík a odlišností slúžiacich ich diferenciacii. Taktiež majú rozoznať trojuholník, obdĺžnik, štvorec, kosoštvorec a kruh z rovinných útvarov a kocku, kváder, valec a guľu z priestorových útvarov. Ciele zdôrazňujú hrový charakter pri poznávaní geometrických útvarov a využívanie zmyslov. Zmysly pri ich poznávaní zdôrazňuje aj slovenské kurikulum. Deti identifikujú (aj hmatom) kruh, štvorec, obdĺžnik a trojuholník, pokúšajú sa ich približne nakresliť. Z priestorových útvarov pomenúvajú a vymodelujú guľu, kocku a valec. Pri manipulácii s nimi je ich úlohou postaviť stavbu zo stavebných dielcov alebo obrázkov z primeraného množstva útvarov.

V súlade s bavorským kurikulumom majú deti získavať realistické predstavy o veľkostiach a množstvách a porozumieť meraniu a porovnávaniu. Vyzdvihuje sa tiež dôležitosť osvojenia si predstavy o zachovaní veľkostí a množstiev (napr. 1 l vody vo vysokej a úzkej nádobe a 1 l vody v nízkej a širokej nádobe). Deti spoznávajú praktické prístroje využívané pri meraní a ich používanie, teda meracie prístroje, váhy. Slovenský vzdelávací program vymedzuje o čosi detailnejšie spôsob oboznamovania sa s problematikou mier a meraní. Deti realizujú meranie vzdialenosti a určeného rozmeru predmetu odhadom i využitím neštandardných jednotiek, pričom výsledok prezentujú počtom použitých jednotiek merania.

V oblasti **množinové predstavy** sa triedenia a usporiadania v bavorskom kurikule týka všeobecne formulovaný cieľ porovnávať, usporadúvať a klasifikovať objekty. Deti majú triediť predmety na základe tvarov rovinných a priestorových geometrických útvarov. Podľa obsahového štandardu slovenského vzdelávacieho programu deti rozhodujú, či určitý objekt má, alebo nemá danú vlastnosť. Vyberajú objekty s danou vlastnosťou zo skupiny a triedia ich na základe nej. Podrobnejšie ako v Bavorsku sa vzdelávací program na Slovensku venuje aj usporiadaniu. Deti usporadúvajú predmety podľa určeného rozmeru, ich úlohou je určiť predmet s najväčším zvoleným rozmerom. V usporiadanom rade určujú objekt na základe slovných spojení, opisujú jeho polohu v rade a umiestnia ho v ňom podľa pokynov.

Okrem uvedených troch oblastí matematickej pregramotnosti sa bavorské kurikulum vo svojich cieľoch zameriava i na rozpoznávanie a vytváranie útvarov a vzorov. Na Slovensku súvisí tento cieľ s vytváraním jednoduchých postupností podľa daného vzoru a s pokračovaním vo vytvorenej postupnosti. Jej pravidlo musia deti objaviť a popísať. Bavorské kurikulum tiež kladie dôraz na oboznamovanie sa s významom rôznych foriem reprezentácií a znázornení napr. modely, nákresy, mapy a pod. Deti spoznávajú základné pojmy časového usporiadania (včera/dnes/zajtra, názvy mesiacov a dní), čas na hodinách, orientujú sa v kalendári. Podobná problematika je v slovenskom vzdelávacom programe zaradená vo vzdelávacej oblasti *Človek a spoločnosť*. Deti

na predprimárnom stupni v Bavorsku sa učia spoznávať funkciu čísla ako identifikátora, napr. poštové smerovacie číslo. Problematikou, ktorá sa v bavorskom vzdelávacom pláne, na rozdiel od Slovenska, nevyskytuje, je výroková logika, v rámci ktorej majú deti rozhodovať o pravdivosti jednoduchých tvrdení.

Záver

Z realizovanej komparatívnej analýzy vyplýva, že obsah matematického vzdelávania vymedzený vo výkonových štandardoch slovenského kurikula a cieľoch vzdelávania a výchovy bavorského kurikula je v daných oblastiach matematickej pregramotnosti veľmi podobný. Odlišnosti nachádzame napríklad v oblasti orientácie v rovine, ktorej je v slovenskom vzdelávacom programe venovaný väčší priestor alebo v rámci rozsiahlejšieho rozpracovania problematiky merania, či oblasti *množinové predstavy*. Naproti tomu bavorské kurikulum venuje väčšiu pozornosť práci s údajmi v zmysle stretávania sa detí s reprezentáciami údajov formou modelov, máp, plánov a pod. Väčší dôraz sa tu kladie aj na využívanie matematických pojmov v každodennom živote. Deti majú ako samozrejmu súčasť bežných situácií používať názvy geometrických útvarov a do bežných činností zaraďovať číselky. Na Slovensku sú pri definovaní obsahu a cieľov detailnejšie vymedzené požiadavky na úroveň výkonu žiaka, kým bavorský vzdelávací plán ich definuje menej podrobne, často dokonca vo forme veľmi všeobecnej znalosti či zručnosti, ktorú má dieťa získať. Napríklad v rámci orientácie v priestore je v slovenskom kurikule definované využívanie určených slovných spojení, zatiaľ čo bavorské kurikulum sa odvoláva hlavne na skúsenosti s vlastnou telesnou schémou a s pozíciami objektov prostredia vo vzťahu k telu. Podobne pri problematike merania a mier určuje iba veľmi všeobecný cieľ získať realistické predstavy o množstvách a veľkostiach a o zachovaní množstiev a veľkostí. Je možné konštatovať, že takýmto spôsobom poskytuje bavorský vzdelávací plán väčší priestor kreatívnej práci pedagóga. Podrobnejšie štruktúrovaný obsah vzdelávania na Slovensku zase umožňuje detailnejšiu diagnostiku pokroku dieťaťa v procese vzdelávania.

Článok vznikol s podporou grantového projektu VEGA 1/0844/17 *Identifikácia kľúčových obsahových aspektov matematickej edukácie v predprimárnom vzdelávaní v medzinárodnom a historickom kontexte.*

Literatura

Der Bayerische Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder in Tageseinrichtungen bis zur Einschulung. 7. Auflage [online]. München: Bayerisches Staatsministerium für Arbeit und Sozialordnung, Familie und Frauen, 2016. 505 s. [cit. 2018-03-27]. Dostupné na World Wide Web: https://www.ifp.bayern.de/imperia/md/content/stmas/ifp/bildungsplan_7_auflage.pdf

Gemeinsamer Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen [online]. 2004. 9 s. [cit. 2018-03-27]. Dostupné na World Wide Web: http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_06_04-Fruhe-Bildung-Kitas.pdf

Štátny vzdelávací program pre predprimárne vzdelávanie v materských školách [online]. Bratislava: Štátny pedagogický ústav, 2016. 112 s. [cit. 2018-03-27]. Dostupné na World Wide Web: http://www.statpedu.sk/files/articles/nove_dokumenty/statny-vzdelavaci-program/svp_materske_skoly_2016-17780_27322_1-10a0_6jul2016.pdf

Teoretické vymezení témat modulu Matematická pregramotnost Projekt OP VVV Podpora pregramotnosti v předškolním vzdělávání reg. č.: CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000663 [online]. 18 s. [cit. 2018-03-27]. Dostupné na World Wide Web: <http://pages.pdf.cuni.cz/sc1/files/2017/06/Teoretick%C3%A9-vymezen%C3%AD-t%C3%A9mat-modulu-Matematika.pdf>

Úspěšnost žáků na počátku sekundárního vzdělávání při řešení geometrických úloh ze soutěže matematický klokan

David Nocar, Tomáš Zdráhal

Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Univerzita Palackého
v Olomouci

Úvod

V článku se zabýváme zajímavými geometrickými úlohami ze soutěže Matematický klokan jejich řešení žáky po absolvování 1. stupně základní školy. Geometrické úlohy jsme zvolili především proto, že žáci na základních školách nemají geometrii příliš v oblibě, ovšem příklady z matematické soutěže Matematický klokan jsou pojaty zajímavější formou, je tedy šance, že geometrie může nadchnout i žáky, pro které není tato disciplína v běžné výuce matematiky příliš atraktivní. V rámci šetření jsme se zaměřili na žáky 6. třídy, kterým odpovídá v soutěži Matematický klokan kategorie Benjamín. U této věkové kategorie jsme chtěli ověřit schopnost žáků řešit geometrické úlohy na počátku sekundárního vzdělávání, tj. po absolvování 1. stupně základní školy.

Výzkumné šetření bylo realizováno pomocí testů, které byly vytvořeny z vybraných geometrických úloh předchozích ročníků soutěže Matematický klokan tak, aby jej žáci byli schopni vyřešit za jednu vyučovací hodinu, tj. 45 min. Test byl realizován v souladu s pravidly soutěže Matematický klokan. Na začátku získávají všichni žáci určitý počet bodů tak, aby se nedostali do záporného počtu získaných bodů. Za špatnou odpověď se odečítá jeden bod, pokud úlohu neřeší, neztrácejí žádný bod.

Jako zajímavá se jevila i možnost srovnání výsledků ve třídách s různě realizovanou výukou. Základní škola Horka nad Moravou je zatím jedinou školou na Olomoucku, kde na prvním stupni probíhá vedle klasické výuky i výuka metodou Montessori. Nabízí se tak možnost srovnat úspěšnost žáků vyučovaných touto alternativní metodou a žáků vyučovaných klasickou metodou výuky matematiky.

1 Soutěž Matematický klokan

Soutěž vznikla v Austrálii na počátku 80. let, kdy australský matematik Peter O' Halloran přišel s nápadem uspořádat nový druh matematické soutěže. Jeho cílem bylo ukázat dětem, že matematika může být i zajímavá a zábavná. Tento matematik se snažil o vytvoření soutěže, která není určená jen pro nejtalentovanější žáky, ale pro všechny. Tato soutěž obsahuje především netradiční úlohy logického charakteru. Základním stavebním prvkem byl didaktický test s výběrem odpovědí. Na testové otázky bylo možno odpovídat v daném časovém limitu pomocí počítače připojeného k internetu, což umožňovalo v daném termínu zapojení tisíců žáků z celé Austrálie.

V Evropě se tento typ soutěže konal poprvé ve Francii, kde skupina francouzských matematiků, především André Deledicq, profesor matematiky na univerzitě v Paříži, a Jean-Pierre Boudine, profesor matematiky na Marseille, uspořádala v roce 1991 soutěž, kterou nazvali „Kangaroo“ a jejímž symbolem se stal právě australský klokan. Za tuto soutěž dostali oba matematikové cenu *d'Alembert prize* Mathematical Society of France. Oceněna byla možnost výběru z více odpovědí, což bylo v té době pro oblast matematiky ve Francii neobvyklé. V následujících letech se Matematický klokan rozšířil do dalších zemí Evropy. V roce 1993 vznikla mezinárodní asociace Klokan bez hranic (*Association Kangourousans Frontières*) se sídlem v Paříži. Do roku 2018 již získalo členství 84 zemí.

V České republice se poprvé pořádala soutěž Matematický klokan v roce 1995.

Další informace k historii soutěže Matematický klokan viz (Vaněk, Calábek, Nocar; 2018), informace o principu realizace soutěže a dosažitelných bodových ohodnoceníh viz (Švrček; 2001), analýzy úloh a jejich řešení žáky primární školy viz (Nováková; 2016), sbírka úloh s řešením z kategorie Benjamín viz (Uhlířová, 2007), vysvětlené postupy řešení úloh vycházející ze soutěže Matematický klokan viz (Molnár, 2016) a veškeré organizační informace a podklady k realizaci soutěže Matematický klokan v ČR viz webové stránky soutěže (<http://matematickyklokan.net>).

2 Výzkumné šetření

V rámci této modifikované geometrické verze Matematického klokana bylo otestováno 48 žáků 6. tříd ZŠ Horka nad Moravou (27 žáků 6. A, 21 žáků 6. B.). Žáci 6. B absolvovali 1. stupeň ZŠ metodou Montessori. Výsledky byly zpracovány podobnou metodou jako při soutěži Matematický klokan.

Testování proběhlo formou modifikované soutěže Matematický klokan dle testů sestavených z vybraných geometrických úloh předchozích ročníků uvedené soutěže. Jednalo se tedy o vybrané geometrické úlohy z kategorie Benjamín ze soutěže Matematický klokan. Pravidla byla zachována tak, aby odpovídala běžným pravidlům soutěže, pouze byl upraven počet úloh, aby byli žáci schopni test vyřešit v rámci jedné vyučovací hodiny a pro standardní využití výsledků testu ve škole byly pro větší objektivitu a eliminaci možnosti opisování připraveny dvě verze testu (A a B). Maximální možný počet dosažených bodů byl 90, kde je již připočítáno počátečních 18 bodů, které získal každý žák na začátku testu. Za špatnou odpověď se odečítal 1 bod, za nezodpovězenou otázku se žádný bod neodečítal. Na vyřešení testu měli žáci 45 minut.

Z předchozích ročníků soutěže Matematický klokan byly dle příslušných úrovní obtížnosti vybrány úlohy z kategorie Benjamín v takovém počtu, aby mohly být sestaveny dva stejně obtížné testy (pro každý test 6 úloh za 3 body, 6 úloh za 4 body a 6

úloh za 5 bodů). Celkem tedy bylo použito pro obě varianty testů 36 úloh.

Výsledky testů

Test absolvovalo v rámci výzkumného šetření 48 žáků (27 žáků 6. A, 21 žáků 6. B.).

2.1.1 Výsledky žáků ve třídě 6. A

Tab. 1 znázorňuje bodové zisky a pořadí žáků třídy 6. A

pořadí	body	verze	pořadí	body	verze
1.	50	B	9.	36	B
1.	50	B	10.	35	A
2.	47	B	10.	35	A
3.	42	B	10.	35	B
4.	41	A	10.	35	B
4.	41	B	11.	31	A
5.	40	A	12.	30	B
5.	40	B	13.	26	A
6.	39	A	13.	26	B
7.	38	A	14.	24	A
7.	38	A	15.	23	A

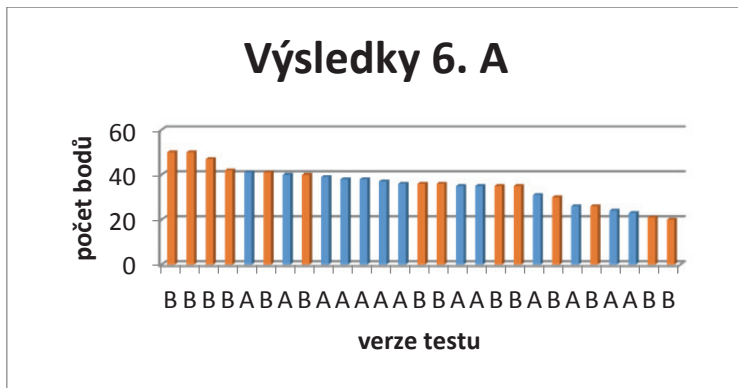
8.	37	A	16.	21	B
9.	36	A	17.	20	B
9.	36	B			

Průměrný počet bodů	35,26
Modus	35
Medián	36
Maximální počet dosažených bodů	50
Minimální počet dosažených bodů	20

průměr verze A: 34,077

průměr verze B: 36,357

V této třídě se účastnilo testu 27 žáků. 13 žáků řešilo verzi A a 14 žáků řešilo verzi B. Maximální počet dosažených bodů byl 50 a získali jej 2 žáci. Nejnižší počet bodů byl 20 a získal jej 1 žák. Průměrně se třída pohybovala kolem 35 bodů. Nejvíce frekventovaným se stal počet 35 bodů, kterého dosáhli 4 žáci.



Graf 1. Grafické znázornění výsledků třídy 6. A

Z grafu výše se může zdát, že verze testu za B byla pro žáky snadnější, jelikož nejlepších bodových výsledků dosáhli žáci právě z této varianty testu a také průměrný bodový zisk u této verze je o něco vyšší. Ovšem nejnižšího počtu bodů dosáhli rovněž žáci řešící verzi B, a to 20 bodů. Nejlepšího bodového zisku u verze A bylo dosaženo 41. Porovnání obtížnosti obou variant testu je provedeno v kap. 2.1.3.

2.1.2 Výsledky žáků ve třídě 6. B

Tab. 2 znázorňuje bodové zisky a pořadí žáků třídy 6. B

pořadí	body	verze	pořadí	body	verze
1.	72	B	11.	37	A
2.	63	B	12.	35	B
3.	57	B	13.	34	A

4.	54	B	14.	31	B
5.	48	A	15.	28	B
6.	47	A	15.	28	B
6.	47	B	16.	27	A
7.	43	B	17.	26	B
8.	40	A	18.	20	A
9.	39	A			
9.	39	A			
10.	38	A			

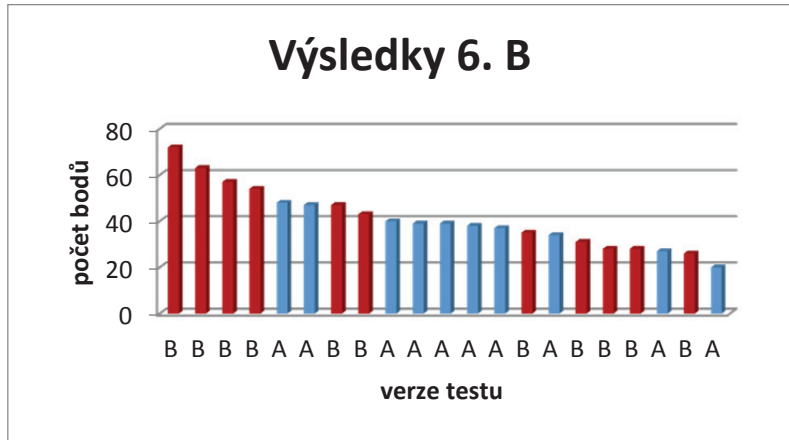
Průměrný počet bodů	40,62
Modus	47
Medián	39
Maximální počet dosažených bodů	72
Minimální počet dosažených bodů	20

průměr verze A: 36,900

průměr verze B: 41,455

Ve třídě 6. B se testu zúčastnilo 21 žáků. 10 žáků řešilo verzi A a 11 žáků řešilo verzi B. Z tabulky lze vyčíst, že nejvyšší počet bodů byl 72 a to u verze B, dosáhl jej jeden žák. V této třídě byl zároveň dosažen nejlepší bodový zisk z obou tříd. Průměrný bodový zisk byl

v této třídě 40,62. Nejnižší dosažený počet bodů byl 20 a to u verze A.



Graf 2. Grafické znázornění výsledků třídy 6. B

2.1.3 Srovnání úspěšnosti žáků 6. A a 6. B

Tab. 3 znázorňuje bodové zisky všech žáků obou zúčastněných tříd

pořadí	body	verze	pořadí	body	verze	pořadí	body	verze
1.	72	B	13.	38	A	24.	23	A
2.	63	B	14.	37	A	25.	21	B
3.	57	B	14.	37	A	26.	20	B
4.	54	B	15.	36	A	26.	20	A

5.	50	B	15.	36	B
5.	50	B	15.	36	B
6.	48	A	16.	35	A
7.	47	B	16.	35	A
7.	47	A	16.	35	B
7.	47	B	16.	35	B
8.	43	B	16.	35	B
9.	42	B	17.	34	A
10.	41	A	18.	31	A
10.	41	B	18.	31	B
11.	40	A	19.	30	B
11.	40	B	20.	28	B
11.	40	A	20.	28	B
12.	39	A	21.	27	A
12.	39	A	22.	26	A
12.	39	A	22.	26	B
13.	38	A	22.	26	B
13.	38	A	23.	24	A

Průměrný počet bodů	37,60417
Modus	35
Medián	37
Maximální počet dosažených bodů	72
Minimální počet dosažených bodů	20
Rozptyl	113,41
Směrodatná odchylka	10,65

celkový průměr verze A: 35,3

celkový průměr verze B: 39,72

Celkem se výzkumného šetření zúčastnilo za obě třídy 48 žáků. Nejlepší dosažený výsledek byl 72 bodů z maximálního počtu 90 bodů, nejnižší dosažený počet bodů byl 20. Průměrný počet získaných bodů všech testovaných žáků byl 37,6. Průměrný bodový zisk žáků řešících test verze A byl 35,3 bodů a průměrný bodový zisk žáků řešících test verze B byl 39,72 bodů. Výběr úloh byl sice v rámci dané kategorie z úloh stejné obtížnosti, ale stanovení příslušné obtížnosti je subjektivní a bez předchozího otestování nelze jednoznačně stejnou obtížnost zajistit. Dle získaných průměrů lze i bez statistického zpracování předpokládat, že verze testu A mohla být obtížnější.

Protože v obou třídách byly výsledky testu verze A horší než výsledky testu verze B, naskytla se otázka, zda náš výzkum nemohl být touto skutečností ovlivněn. Otestovali jsme tedy na hladině významnosti 0,05 následující nulovou hypotézu H_0

H_0 : Průměrný počet bodů získaných vypracováním testu verze A je roven průměrnému počtu bodů získaných vypracováním testu verze B proti alternativní hypotéze H_1

H_1 : Průměrné počty bodů získaných vypracováním testu verze A a testu verze B se nerovnají.

Použili jsme jednofaktorovou ANOVU v MS Excel a dostali následující výsledek:

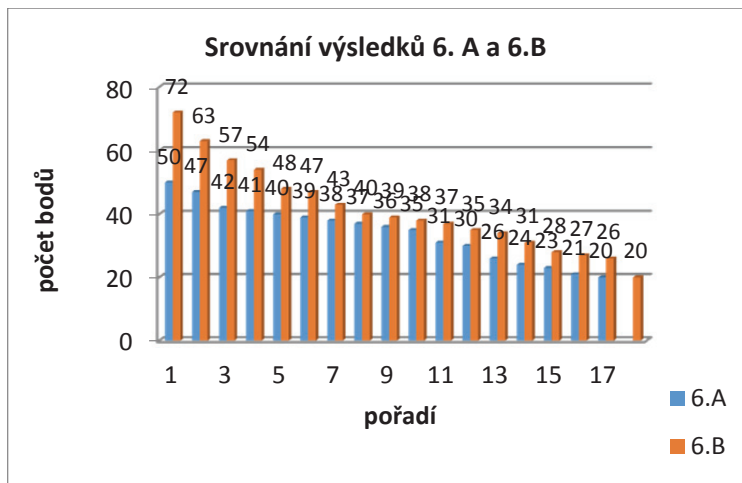
Anova: jeden faktor

Faktor	Počet	Součet	Průměr	Rozptyl
Výběr	<i>t</i>	<i>čet</i>	<i>měr</i>	<i>tyl</i>
Verze A	23	812	35,3 0435	51,4 9407
Verze B	25	993	39,7 2	169, 8767

ANOV
A

Zdroj variability	SS	Rozdíl	MS	F	Hodnota P	F krit
Mezivýběry	233,5696	1	233,5696	2,062263	0,157752	4,051749
Všechny výběry	5209,91	46	113,2589			
	5443,479	47				
Celkem						

Protože P -hodnota = 0,158 není menší než 0,05, nelze nulovou hypotézu zamítnout, tj. nelze tvrdit, že by obtížnost obou verzí testu byla rozdílná.



Graf 2. Grafické srovnání výsledků tříd 6. A a 6. B

Graf znázorňuje úspěšnost všech testovaných žáků obou šestých tříd. Z grafu je patrné, že lepších výsledků dosáhla třída 6. B. Toto tvrzení, zdali je rozdíl statisticky významný či nikoliv, bychom mohli opět ověřit statistickou metodou, přesto výsledek ponecháváme bez statistického ověření. U nejvyšších bodových zisků jsou u třídy 6. B hodnoty v histogramu četností cca o 40 % vyšší než u třídy 6. A., dále se již rozdíl snižuje. Průměrný bodový zisk žáků 6. B byl přibližně 40,62 a u žáků 6. A byl 35,26. Významnost tohoto rozdílu by mělo smysl testovat, pokud bychom věděli, že na počátku primárního vzdělávání byla stejná vstupní úroveň žáků obou tříd. Tuto informaci nemáme, proto bychom stejně nemohli ze získaných dat udělat závěr, jestli pokud by byl statisticky významný rozdíl v jejich výkonu, jestli byl ovlivněn odlišnou metodou výuky v rámci primárního vzdělávání.

Závěr

Jaký byl cíl testování žáků ZŠ Horka nad Moravou a jaký je cíl předkládaného článku? V článku byla prezentována úspěšnost řešení geometrických úloh ze soutěže Matematický klokan žáky ZŠ Horka nad Moravou po absolvování 1. stupně základní školy. Zaměření na geometrické úlohy bylo dáno především z toho důvodu, že tato část matematiky bývá pro žáky na základních školách náročnější a tudíž méně oblíbená, proto nás zajímala úspěšnost řešení právě úloh z této části matematiky a také jsme chtěli žákům ukázat, že úlohy tohoto typu mohou být pěkné a zajímavé. Cílem bylo tedy žáky motivovat pro geometrii a právě úlohy z této soutěže by pro žáky mohly být zajímavější, atraktivnější a mohly by je nadchnout pro tuto část matematiky. Vybrány byly 6. třídy proto, aby se ověřila schopnost žáků řešit geometrické úlohy po prvním stupni základní školy ještě před tím, než naváží dalším učivem z geometrie druhého stupně. Zajímavé bývá sledovat vývoj mezi jednotlivými stupni vzdělávání, v tomto případě mezi primárním a nižším sekundárním vzdělávání, ale zajímavé je i srovnání výsledků ve třídách s různě realizovanou výukou. Uvedená škola je zatím jedinou školou na Olomoucku, kde na prvním stupni probíhá vedle klasické výuky i výuka metodou Montessori. Dalším cílem článku bylo poukázat na soutěž Matematický klokan, neboť v mezinárodním měřítku se jedná o jednu z nejznámějších matematických soutěží, ale povědomí o této soutěži v ČR bývá velmi často zkreslené a většina účastníků této soutěže nemá ani ponětí o jejím rozsahu a mezinárodním přesahu až do celosvětového měřítku. Podrobné informace získá čtenář ze zdrojů, na které se v příslušné kapitole odkazuje. Učitelům chceme zase ukázat, že soutěž Matematický klokan pro ně nemusí představovat jen jednorázovou akci v roce, ale kdykoliv mohou využít úloh z této soutěže ve své výuce, neboť úlohy z předchozích ročníků jsou všem online k dispozici na webu soutěže. Aktuálně je k dispozici zadání úloh z posledních čtrnácti ročníků (od roku 2004), což již představuje velmi rozsáhlou databázi zajímavých úloh pro základní i střední školu.

Seznam použité literatury

Matematický klokan ČR. [online]. Olomouc ©2018. Dostupné z <http://matematickyklokan.net>.

Molnár, J. *Matematika 6*. Olomouc: Prodos, 2016. ISBN: 80-85806-98-3.

Nováková, E. *Analýza úloh ze soutěže Matematický klokan a jejich řešení žáky primární školy*. Brno: MU, 2016. ISBN: 978-80-210-8482-7.

Švrček, J. Bodové zisky v Matematickém klokanovi. *Rozhledy matematicko – fyzikální 78(3)*. Praha: JČMF, 2001. ISSN 0035-9343.

Uhlířová, M. *Počítejte s Klokánem – “Benjamín”*. Olomouc: Prodos, 2007. ISBN: 978-80-7230-177-5.

Vaněk, V., Calábek, P., Nocar, D. České stopy v Matematickém klokanovi. *Matematika – fyzika – informatika 27(5)*. Olomouc: Prometheus, 2018. ISSN 1805-7705.

Pěstování matematické pregramotnosti v předškolním vzdělávání

Libuše Smidžárová, Alena Hošpesová

Mateřská škola Jablíčko, Velké Přílepy,
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta

1. Co rozumíme matematickou pregramotností a RVP PV

Pěstování pregramotností různého druhu (přírodovědné, digitální, matematické) se stalo v poslední době často vyjadřovaným požadavkem. Některé formulace působí dojmem, že pěstování pregramotností je jakousi jednodušší verzí práce s učebními obsahy. V případě předmatematické gramotnosti (PMG) to může zdánlivě vést ke zkreslení, že nepožadujeme porozumění obsahům, ale jen dovednost používat naučené postupy (např. počítání po jedné, manipulace s geometrickými tvary) pro řešení úloh z praxe. To je ale v rozporu s vymezením gramotností v dokumentech studie OECD PISA, které říká: „Matematická gramotnost je schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana.“ (OECD, 2004, 5) Jinými slovy znalosti a dovednosti mají být používány k vymezení, formulování a řešení problémů z různých oblastí (životních i školních), které mají různou míru obtížnosti. To vše předpokládá dobré porozumění pojmům i jejich vztahům.

Jak máme chápat místo PMG v předškolním vzdělávání? RVP PV pojem PMG přímo neuvádí. Některá obecná vyjádření v úvodních částech RVP PV lze k pěstování PMG vztáhnout: „...*napomáhat [dětem] v chápání okolního světa a motivovat je k dalšímu poznávání a učení, ...*“ (RVP PV, 2017, 7). „*V předškolním vzdělávání je v dostatečné míře uplatňováno situační*

učení, založené na vytváření a využívání situací, které poskytují dítěti srozumitelné praktické ukázky životních souvislostí, tak, aby se dítě učilo dovednostem a poznatkům v okamžiku, kdy je potřebuje, a lépe tak chápalo jejich smysl." (RVP PV, 2017, 8) RVP PV ale nevynechává, co PMG znamená a jak ji má mateřská škola rozvíjet.

V základním vzdělávání se jako složky MG uvádějí: situace a kontexty, kompetence, které se uplatňují při řešení problémů (např. matematické uvažování, argumentace, komunikace, modelování) a matematický obsah tvořený strukturami a pojmy nutnými k formulaci matematické podstaty problémů (Nemčíková a kol., 2011). V návaznosti na toto vymezení a s ohledem na tradici a možnosti dítěte předškolního vymezení o složkách PMG jako o matici (Kaslová, 2012, Fuchs a kol. 2014). Její řádky tvoří učební obsahy (aritmetika a algebra, geometrie, základy logického myšlení). Ty lze vnímat prostřednictvím kompetencí, které v souvislosti s PMG hodláme pěstovat. Složky PMG pak tvoří strukturu danou tabulkou:

tabulka č. 1 *Složky PMG v předškolním vzdělávání*

	Pojmotivečný proces	Metody řešení	Specifické schopnosti	Komunikace
Úvod do aritmetiky a algebry				
Úvod do geometrie				
Stimulace prelogického myšlení				

Požadavky vztahující se k PMG explicitně se vyskytují v RVP PV (2017) na řadě míst. Není překvapením, že se vztahují k pojmovitému procesu, kde se hovoří o poznávacích schopnostech a funkcích, představivosti a fantazii a jsou přímo vymezeny znalostí a dovedností, kterých má dítě dosáhnout (např. porovnávat čísla, třídít soubory). PMG lze nalézt i v požadavcích na řešení problémů a komunikaci.

Cílem příspěvku je představit a zdůvodnit výše uvedený model PMG a ukázat na konkrétním příkladu, jak může pomáhat učitelé v předškolním vzdělávání.

2. Data a jejich zpracování

Od konce roku 2016 řešíme ve spolupráci s Univerzitou Palackého v Olomouci a Ostravskou univerzitou projekt s názvem *Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí*. Řešení projektu směřuje ke zvýšení kvality předškolního vzdělávání prostřednictvím vytváření společenství praxí participujících pedagogů mateřských škol. Projekt se soustředí na matematickou a čtenářskou pregramotnost. V Českých Budějovicích jsme tvoření společenství učitelů mateřských škol zahájili diskusí o zaměření projektových aktivit. Učitelé navrhli, abychom se věnovali rozpracování vzdělávacích nabídek k tématům, která souvisejí s během roku v mateřské škole. Spolupráce byla zahájena tématem Svatý Martin. Během podzimu 2017 učitelé připravili vzdělávací nabídky k tomuto tématu a realizovali je s dětmi ve svých třídách. Během realizace sbírali učitelé práce žáků a pořizovali fotodokumentaci, zaznamenávali si zkušenosti formou terénních poznámek. V prosinci 2017 proběhlo společné setkání, na kterém učitelé představili realizované vzdělávací nabídky a reflektovali zkušenosti. Na setkání se zároveň naplánovalo téma pro další testování.

Domníváme se, že můžeme hovořit o cyklu akčního výzkumu. Cílem skupiny je testování modelu PMG. Jednotliví učitelé testovali vytvořené vzdělávací nabídky.

3. Téma Svatý Martin a možnosti pěstování PMG

Hlavním listopadovým svátkem býval svatý Martin, který připadá na 11. listopadu. Lidové tradice spojené s tímto svátkem a změnou ročního období nabízí pestrou nabídku aktivit, které lze využít s dětmi předškolního věku. V MŠ Jablíčko s dětmi pravidelně realizujeme sekvenci aktivit, které podle našeho soudu přispívají kromě jiného i k pěstování PMG.

Zájem dětí vzbuzuje samotná legenda. Shrneme-li stručně obsah, pak: Svatý Martin, římský voják jedné chladné noci uviděl promrzlého žebračka. Ani chvíli neváhal a svým mečem rozťal svůj plášť na dvě části, z nichž jednu daroval žebračkovi.

Sekvenci úloh jsme zahájili čtením legendy. Následně jsme připravili třídu na dramatizaci legendy. Při stavbě brány z molitanových kostek jsme hovořili o tom, zda má být malá, nebo velká. Ptali jsme se dětí, kde potkal Martin žebráka a zda to mohlo být jinak. Přichystali jsme kus látky, která měla znázorňovat plášť, a hovořili jsme o dělení pláště. Používali jsme při tom pojmy: stejně, větší, menší, více, méně, kolik. Děti mohly místo trhání látky pracovat s papírem. Hovořili jsme s nimi o tom, jak to udělat, aby byl plášť na dvě stejné části; kolik zůstalo Martinovi z pláště a zda se může ještě rozdělit. Děti odpovídaly na otázky: Kolik částí máš? Jsou kusy pláště stejné? Kdo má větší? Kolik žebráků (dětí) se vejde pod plášť? Jde to jinak?

Navazující aktivitou bylo vytvoření bílého koně. Aktivita v sobě zahrnovala řadu podnětů k rozvíjení dítěte: jemnou motoriku (obkreslování šablon, vybarvování, děrování otvorů děrovačkou, stříhání vlny, provlékání vlny do otvorů, uvazování vlny pomocí liščí smyčky, upevnění hlavy na tyčku), ale využívali jsme i některé matematické pojmy (osovou souměrnost, měření stejně dlouhých kousků vlny, stejné množství kousků vlny jako otvorů). Ukázky práce dětí jsou na obr. 1a 2.

Návazně si děti s koňmi hrály. Měly za úkol postavit stáje tak, aby ve stáji mohl stát jeden kůň, dva, tři koně, ..., přizpůsobovaly stavby velikosti koně. Při stavění aktivně využívaly pojmy: malý/velký, úzký/široký, menší/větší. Koně ve stáji řadily vedle sebe, za sebou, a rozlišovaly, který je první/poslední, pracuje se s možnostmi (jak je možné uspořádat koně do stáje).

Na zvyky okolo svátku Martina navazovaly aktivity tematicky spojené s pečením koláčů. V naší MŠ jsme pracovali s keramickou hlinou, plastelínou, papírem, a pekli jsme i opravdové koláče. Při práci s modelínou si děti vytvořily dle své fantazie koláč. Hledaly různé možnosti, jak jej ozdobit (výsledky na obr. 3a a b). Následně nožem dělily koláč dle pokynů pedagoga: Rozděl koláč tak, abys měl dvě stejné poloviny. Jde to jinak? Jsou stejné? Podle čeho jsi vybíral? Cílem bylo kromě upevňování pojmů: menší, větší, stejně, i uvedení pojmů počet, celek, díl, polovina, čtvrtina.

Obr. 1 *Výroba koní*Obr. 2 *Hotový výrobek*Obr. 3 a 4 *Koláče z plastelíny*

Pečení opravdových koláčů jsme zahájili přípravou surovin, těsta a náplní. Děti pozorovaly učitelku při práci a odpovídaly na otázky: Čeho je víc? Kolik surovin jsme již dali? Čeho je nejmíň? Kolik máme náplní? Jak to uděláme, abychom měli stejně velké koláče? Kolik se nám vejde koláčů na plech? Máš tolik kláčů, kolik je dětí? Po upečení koláčů jsme opět koláče dělili na části.

Kde jich je víc, míň? Proč? Jak to uděláme, abychom měli dvě stejné poloviny? Jde to rozdělit ještě jinak? Na kolik částí rozdělíš koláč, aby měly všechny děti? Kolik ještě potřebuješ ukrojit dílů koláče? Kolik ti zbylo dílů? Obrázek 4 ukazuje, jak jsme připravovali těsto. Ukázka koláčů je na obr. 5.

4. Shrnutí výsledků a diskuse

Realizovaný akční výzkum se zaměřil na vytvoření souboru aktivit dětí k tématu Svatý Martin, které by byly zaměřeny na

jednotlivé složky PMG. Ukázalo se, že model je dobrým pomocníkem pro učitele MŠ v projektování a realizaci aktivit; zejména s ohledem na formulaci cíle učení, jeho dodržení a vyhodnocení. Při společné reflexi aktivit jsme s určitou obavou očekávali kritické komentáře kolegů, což se nenaplnilo. Diskuse k aktivitám vedla ve všech případech k rozvíjení tématu a námětům na další obdobné aktivity.

Článek na rozpracování konkrétního tématu ukazuje, jak nenásilně vtělit pěstování pregramotností do vzdělávací nabídky mateřské školy a jak v ní „vidět“ předmatematické pojmy. Rozpracování ukázalo (v souladu s tvrzením Levenson a kol., 2011), že činnosti vždy integrují více cílů, které jsou pro předškolní vzdělávání stanoveny.



Obr. 4 Příprava těsta



Obr. 5 Hotové koláče

Uvědomujeme si slabou míru zobecnitelnosti našich výsledků. Výhodou realizované sondy je její autenticita.

Literatura

FUCHS, E., LIŠKOVÁ, H., ZELENDOVÁ, E. (2014). *Rozvoj předmatematických představ dětí předškolního věku*. Dostupné na World Wide Web: <http://www.vospspgs.cz/?sekce=125/>

KASLOVÁ, M. *Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání*. Praha: Raabe, 2012.

LEVENSON, E. TIROSH, D. & TSAMIR, P. *Preschool Geometry. Theory, Research, and Practical Perspectives*. Rotterdam: Sense Publishers, 2011.

Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání (2017).
Dostupné na World Wide Web: <http://www.msmt.cz/file/39793/>

NEMČÍKOVÁ, K., OLŠÁKOVÁ, V., ROUBÍČEK, F., TOMÁŠEK, V., VAŇKOVÁ, J., ZELENDOVÁ, E. *Matematická gramotnost ve výuce*. Metodická příručka. Praha:

OECD. *Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003*. Praha: UIV, 2004.

Poděkování: Příspěvek byl vytvořen s podporou projektu CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000660 s názvem Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí.

Mobilné aplikácie na porozumenie pojmu usporiadanie

Edita Partová, Katarína Žilková

Univerzita Komenského v Bratislave, Pedagogická fakulta

1. Teoretické východiská

Usporiadanie a triedenie sú najvýznamnejšie typy relácií, s ktorými sa oboznamujú deti už v predškolskom veku. Z didaktického hľadiska ich môžeme zaradiť medzi prípravné pojmy k pojmu *prirodzené číslo*, aj keď sú významné v rôznych iných častiach matematiky, preto je rovnako dôležité porozumenie týchto pojmov aj nadobudnutie zručnosti *usporiadať a triediť*. V tejto štúdii sa venujeme skúmaniu didaktických prostriedkov, vhodných na rozvíjanie pojmu *usporiadanie* podľa počtu prvkov množiny.

Dostupné výskumy prevažne vychádzajú z toho, že žiak ovláda názvy čísel v prirodzenom usporiadaní a čísla usporiada ich zobrazením na postupnosť názvov. Rozsiahly výskum detí predškolského veku Weiglovej (1982) v šesťdesiatych rokoch 20. storočia v Nemecku obsahuje položky zamerané na schopnosť usporiadať čísla od 1 po 10. Podrobná analýza úloh ukazuje, že všetky úlohy predpokladali znalosť číselného radu. Napr: *Máš pred sebou čísla 2, 5, 7, 8. Vyhladajte kartičky, ktoré chýbajú, aby ste vyplnili medzery*. Neskôr opakovali pokus predmetmi (vežičky vytvorené z 2, 5, 7, 8 tehličiek označené číslami). Zaujímavosťou výskumu je, že výskumníci začali s najnáročnejšími úlohami a postupne znižovali náročnosť. Vychádzali z Vygotského „zóny najbližšieho vývinu“, považovali za neefektívne zadať úlohy zodpovedajúce aktuálnemu vývinu dieťaťa, lebo ako uvádzajú „iba také vyučovanie je dobré, ktoré predbieha vývin a riadi ho“ (Weigl 1982).

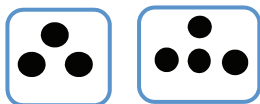
Zapamätanie číselného radu úzko súvisí s existenciou tzv. približnej číselnej sústavy (approximate number system, skr. ANS),

ktorý sa považuje za vrodenu schopnosť (Clemens & Sarama 2014). Zapamätanie usporiadaného radu nie je príliš ťažká úloha pre dieťa predškolského veku, čo dokladuje aj pokus, ktorý mal skúmať schopnosť usporiadania u primátov. Podľa Kawai & Matzuzava (2000, in Clemens & Sarama 2014) sa *šimpanz naučil arabské číslice od 0 po 9, preukázal to ukazovaním na dotykovvej obrazovke a dokázal ich usporiadať od 0 po 9.*

Podľa Piageta (2010) sa dieťa už v predškolskom veku dostane do predoperačného štádia myslenia, ktoré sa vyznačuje rigidnou vizuálnou reprezentáciou, čo zabraňuje transformáciám. Ranschburg (2014) zdôrazňuje, že v predoperačnom štádiu dieťa spája vizuálne reprezentácie do radu, uvedomuje si, že minulosť predchádza súčasnosti a dokáže predurčiť budúcnosť, avšak následnosť (sukcesivita) týchto reprezentácií je príliš viazaná. Všeobecne sa ilustruje viazanosť následnosti na príklade turistu, ktorý vie vymenovať všetky zastávky svojej trasy v poradí akom ich prešiel, ale v opačnom poradí má problém. Podobný jav pozorujeme u detí v predškolskom veku, ale i na začiatku školskej dochádzky: dokážu vymenovať číselný rad od najmenšieho po najväčšie číslo, tak ako si zapamätali, ale v opačnom poradí nie. Dieťa v predškolskom veku je obmedzené touto *metódou* usporiadania, teda nemusí si uvedomiť, že usporiadanie je založené na vzťahu množina A má viac (prípadne menej) prvkov ako množina B.

Výskumy však ukazujú, že deti v tomto veku dokážu zistiť, ktorá z dvoch množín má viac prvkov na základe holistického vnímania, tzv. *subitizing*¹ (Clemens & Sarama 2014), v domácej literatúre sa používa aj termín *číselné obrázky*. Holistické vnímanie počtu skrýva v sebe nebezpečenstvo omylu. Ak sa usporiadanie prvkov podobá na známe usporiadanie napr. troch prvkov (obrázok 1), dieťa identifikuje počty oboch množín rovnako, ako tri. Príklad nesprávneho výsledku porovnávania je známy Piagetov pokus s rôznymi medzerami medzi rovnakým počtom prvkov, lebo deti neporovnávajú na základe priradenia medzi prvkami, ale porovnávajú rady ako celky.

¹ Pojem „subitizing“ použili Kaufman a kol. (1949) a zjednodušene znamená rýchlo a čo najpresnejšie určiť na pohľad počet prvkov v množine bez počítania. Presnosť výsledku a rýchlosť určenia počtu je závislý od počtu prvkov.



Obrázek 1. Číselné obrazy – holistické vnímání počtu

Výskumníci se domnívají, že cvičením dítěta zdokonaňuje svou přibližnou číselnou soustavu, soustavne upřesňuje pojem *číslo* a neskôr si vytvorí *mentálnu číselnú os*, ktorú používa pri usporiadaní čísel.

Matematickú podstatu relácie usporiadania budeme chápať v tejto štúdii podľa definície Šaláta, Haviara, Hechta & Katriňáka (1986). Binárnu reláciu $<$ na neprázdnej množine T nazývame usporiadaním na T , ak spĺňa nasledovné podmienky:

- ak $x < y$, tak $y \not< x$ (antisymetria);
- $x < y$ a $y < z$ implikujú $x < z$ (tranzitivnosť);
- pre každé $x, y \in T$ platí: $x = y$, alebo $x < y$, alebo $y < x$ (trichotómia).

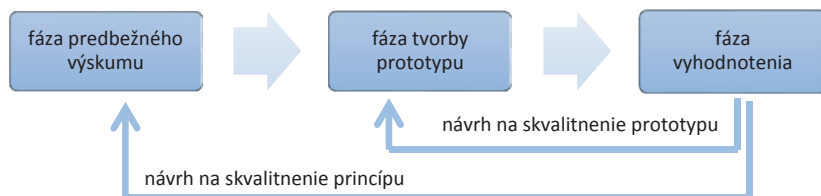
V podmienke c) nastane vždy len jedna z uvedených možností.

Vyššie uvedené výskumy sa zamerali na skúmanie zručnosti usporiadania čísel, a nesústredili sa na pochopenie relácie usporiadania, z dôvodu vývinového štádia detí v predškolskom veku. Počas školského vyučovania sa postupne vytvoria podmienky na porozumenie vlastností relácie usporiadania, teda vyučovanie by malo reflektovať tieto fakty. Analýza učebných textov však ukazuje, že vlastnosti usporiadania sa explicitne nevyskytujú v úlohách, ich prítomnosť sa predpokladá implicitne na základe správneho výsledku usporiadania. Problém môže nastať až vo vyšších ročníkoch, kde žiak sa uspokojí s čiastočným usporiadaním namiesto usporiadania a dospeje k nesprávnemu výsledku. Vlastnosť antisymetrie je pre deti na základe ich skúseností ľahko pochopiteľná, akosi prirodzená. Pojem tranzitivnosti robí problém aj niektorým dospelým. Pochopenie trichotómie vyžaduje systematickú prácu dieťaťa, nakoľko každú dvojicu prvkov musí porovnať (vlastnosť c) v definícii). Zistenie nedostatku vhodných námetov na posilnenie schopnosti usporiadať na základe porozumenia relácie sme sa rozhodli vytvoriť digitálne materiály, ktoré aspirujú na záujem generácie žiakov mladšieho školského veku. Tvorba

materiálov je súčasťou projektu *Optimalizácia výučbových materiálov z matematiky na základe analýzy súčasných potrieb a schopností žiakov mladšieho školského veku*.

2. Metodika výskumu

Proces tvorby edukačnej intervencie bol koncipovaný ako Design based research (DBR), v slovenčine sa používa aj názov „výskum vývojom“ (Kalaš, 2009). Ako uvádza David (2007), cieľom DBR je odhaliť vzťahy medzi teóriou vzdelávania, navrhovaným artefaktom a praxou. Za praktickú metódu výskumu, ktorá môže prekonať priepasť medzi teóriou a praxou ju považujú Anderson & Shattuck (2012). Metóda DBR je založená na cyklickom opakovaní intervencie a jej zdokonaľovaní až do jej účinnosti. Existuje niekoľko modelov a prístupov, v rámci ktorých sa implementuje DBR. Každý model rieši konkrétny problém v oblasti výskumu vo vzdelávaní a má svoje vlastné charakteristiky. V našom výskume sme implementovali model opísaný v štúdií podľa Sahasrabudhe, Murthy & Iyer (2013), ktorý sme adaptovali na podmienky skúmania rozvíjania schopnosti usporiadať objekty podľa počtu (obrázok 2).



Obrázok 2. *Cyklický proces DBR na tvorbu intervencie*

V ďalšom texte v krátkosti opíšeme jednotlivé fázy výskumu, ktoré boli dosiaľ ukončené a závery, ktoré z iterácií vyplynuli a ovplyvnili vstupné parametre ďalšej iterácie. Ukončené boli dva iteračné cykly a vytvorené závery pre tvorbu a realizáciu ďalšej iterácie, ktoré už budú súčasťou revidovanej teórie o procese rozvíjania schopnosti usporiadať podľa počtu.

3. Prvý cyklus

Fáza predbežného výskumu

Potrebu výskumu v oblasti didaktického spracovania aktivít na usporiadanie predurčili výsledky výskumu podľa Partovej (1999) o tom, že vybraní učitelia materských škôl, ktorí boli zároveň aj študentmi odboru Učiteľstva pre materské školy nerozlišovali reláciu usporiadania od relácie triedenia. Na základe štúdia ďalších dostupných odborných zdrojov sme detekovali nedostatok vhodných aktivít zameraných na porozumenie pojmu a procesu usporiadania. Z tohto dôvodu sme vytvorili učebnú pomôcku na haptickú manipuláciu (modely lienok s rôznym počtom bodiek) a overovali schopnosť detí usporiadať lienky podľa počtu bodiek od najmenšieho po najväčší počet. Pomôcka nebola vyrobená hromadne, preto nebola dostupná pre väčší počet materských škôl, ani pre každé dieťa v materskej škole, a teda výskumné zistenia boli spracované formou analýz jednotlivých prípadov. Ako jedno z východísk na odstránenie tohto nedostatku bolo prijaté používanie vhodného virtuálneho modelu. Po prieskume dostupných elektronických zdrojov sme zistili absenciu virtuálnych aktivít podobného zamerania, čo podmienilo tvorbu vlastnej, autorskej, intervencie.

Fáza tvorby prototypu

Podľa pozorovaní práce detí s manipulačnou pomôckou určenou na usporiadanie počtu sa vytvorila analýza problému na implementáciu v softvérovom prostredí Imagine (vyžaduje podporu Imagine plugin). Softvér v zásade simuloval reálnu úlohu vo virtuálnom prostredí. Princíp spočíval v generovaní lienok s rôznym počtom bodiek v rôznom poradí a úlohou dieťaťa bolo usporiadať lienky podľa počtu bodiek vzostupne a uložiť ich na vopred určené miesta systémom posúvania „drag“ & „drop“. V rámci implementácie úlohy bola aplikovaná relácia „je pred“, resp. „je za“. Pilotná verzia² zabezpečovala spätnú väzbu v dvoch variáciách:

² Pilotná verzia softvéru „usporiadanie“ v prostredí Imagine je dostupná na <http://www.matika.sk/programy/usporiadanie1.HTM>

v prípade nekorektného uloženia lienky softvér vrátil lienku na jej domovskú pozíciu, v prípade korektného uloženia lienky softvér ponechal lienke jej novú pozíciu. Zároveň mal softvér zabudovanú spätnú väzbu o celkovom úspešnom vyriešení úlohy.

Fáza vyhodnotenia

Pilotná verzia softvéru bola overovaná s deťmi predškolského veku (5-6 rokov) prostredníctvom interaktívnej tabule, pričom sa ako výskumné metódy aplikovali pozorovanie (priame aj nepriame) a interview, ktoré boli súčasťou prípadových štúdií. Následne sa uskutočnila analýza videozáznamov s vytvorením pozorovaných kategórií, ktoré sa stali vstupnými parametrami pre inováciu intervencie a uskutočnenie ďalšej iterácie. Niektoré výsledky tejto fázy môže čitateľ nájsť v štúdií Partovej a Žilkovej (2010). K najdôležitejším zisteniam patrili výsledky týkajúce sa detských stratégií riešenia úlohy a analýzy benefitov a nedokonalostí softvéru. Deti riešili úlohu pomocou počítania bodiek a poznatku prirodzeného usporiadania čísel. Osvedčil sa výber prostredia (digitálne spracovanie) a taktiež sa osvedčil spôsob výberu spätnej väzby. Avšak softvér neposkytoval možnosť usporiadať lienky v klesajúcom rade, a ani usporiadať iné objekty, ktoré by predstavovali iné modely množín s daným počtom prvkov. Preto bolo využitie pomôcky bez zásahu učiteľa limitované a pre dieťa rýchlo zvládnuteľné. Tieto nedostatky boli motiváciou pre druhý cyklus výskumu, v ktorom sme chceli reflektovať napríklad aj možnosti voľby rôznej náročnosti. Návrhy pre zdokonalenie programu sa týkali nielen technickej realizácie (modernejšia platforma a vizuálny dizajn, zmena implementačného jazyka, širšia dostupnosť), ale aj didaktických možností (voľba náročnosti, spôsobu usporiadania a možnosť intervencie učiteľa podľa individuálnych schopností dieťaťa).

4. Druhý cyklus

Fáza predbežného výskumu

Výsledky fázy vyhodnotenia v prvom cykle sa stali vstupnými požiadavkami pre fázu predbežného výskumu pre druhý cyklus.

Návrh skvalitnenia predpokladal zapracovanie ďalších atribútov, ako napríklad náročnosť usporiadania, spôsob usporiadania, typ usporiadania, variabilitu a väčší počet objektov na usporiadanie. Rozšírením a zovšeobecnením softvéru sme chceli reflektovať rôzne individuálne schopnosti, potreby a záujmy detí. Nové požiadavky bolo potrebné spracovať do vstupnej analýzy ako podkladu na tvorbu novej verzie softvéru. V analýze sa zohľadňovali všetky vyššie uvedené nové atribúty a konfrontovali s možnosťami ich implementácie z hľadiska spôsobu ovládania (užívateľsky priateľské prostredie), grafického rozhrania, výberu platformy a priestoru na doplnenie návodu na použitie, ale najmä metodiky. V ďalšej fáze podrobnejšie opíšeme výsledný produkt implementácie spracovanej analýzy.

Fáza tvorby prototypu

V rámci tejto časti opíšeme základnú charakteristiku vytvoreného intervenčného prototypu, koncepciu a štruktúru appletu. Zdôvodnenie vychádza z predchádzajúcich fáz.

Matematický edukačný applet³ „Usporiadanie podľa počtu“⁴ je zameraný na nácvik usporiadania podľa počtu a určený pre deti predškolského a mladšieho školského veku. Úlohou dieťaťa je usporiadať podľa počtu rôzne objekty reprezentujúce modely množín s daným počtom prvkov. To znamená, že základným predpokladom na úspešné vyriešenie úloh v applete je porovnávanie podľa počtu. Porovnávanie môže dieťa realizovať buď na základe schopnosti určiť počet prvkov usporiadanej alebo neusporiadanej množiny a následne rozhodnúť o usporiadaní, ale reflektuje sa aj schopnosť dieťaťa realizovať usporiadanie podľa istých vizuálnych prototypov (teda holisticky).

Základný princíp implementácie usporiadania v rámci edukačného appletu je založený na uplatnení relácie „je pred“ a „je za“. To znamená, že dieťa môže presúvať ľubovoľne objekty určené

³ Výraz *applet* budeme používať v súlade s výkladom Jazykovedného ústavu Ľudovíta Štúra (zdroj: www.JazykovaPoradna.sk), podľa ktorého „anglický výraz *applet* zatiaľ nemá zdomácnenú slovenskú podobu ... Anglická podoba je v slovenčine foneticky aj morfológicky prijateľná (umožňuje napr. pravidelné skloňovanie), takže sa potreba zdomácnovania tak výrazne nepociťuje“.

⁴ Applet je dostupný na <http://delmat.info/a/1/>

na usporiadanie na základe kritéria, či patrí pred alebo za už vopred uložený objekt podľa typu usporiadania. Podľa vyššie opísanej analýzy applet zohľadňuje aspekty: odborné, technické a užívateľské.

Odborné hľadisko: Návrh funkcionality appletu musí byť matematicky korektný a didakticky správny, bez logických chýb. Cieľom bolo vytvoriť návrh, ktorý by reflektoval kritériá, akými sú najmä rôzne schopnosti, potreby a záujmy detí. Applet je zameraný na rozvíjanie schopnosti detí určovať počet prvkov množiny, porovnávať množiny s rôznym počtom prvkov a usporadúvať objekty podľa počtu prvkov v obore prirodzených čísel do 9 (bez nuly). Pri používaní appletu je možné aktívne precvičovať vlastnosti usporiadania (antisymetria, tranzitivnosť, trichotómia).

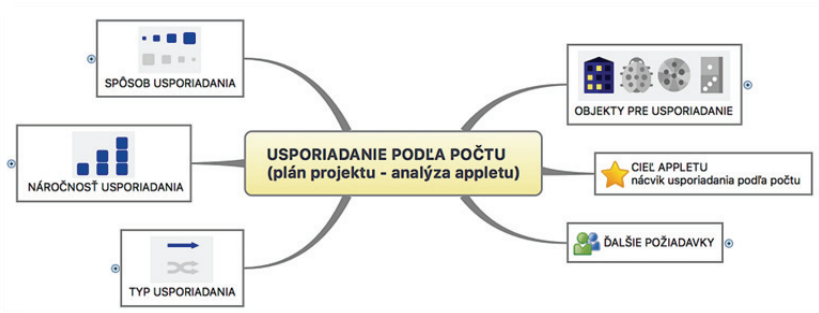
Technické hľadisko: Implementácia appletu využíva kombináciu web technológií a protokolov HTML5, CSS 3.x, JavaScript a OpenGL s primárnym cieľom dosiahnuť kompatibilitu a nezávislosť na výbere, či použití majoritných internetových prehliadačov. Rovnako je kladený dôraz na nezávislosť na operačnom systéme. Aplety spoľahlivo pracujú na mobilných zariadeniach so systémami IOS a Android. Samostatnú skupinu tvoria MicrosoftEdge a InternetExplorer (Windows), kde nie sú exaktne implementované a dodržané štandardy W3S. Niektoré operácie nemusia pracovať podľa očakávania napriek maximálnej snahe o použiteľnosť na všetkých systémoch a prehliadačoch.

Užívateľské hľadisko a grafický interface: Vzhľadom na cieľovú skupinu predškôľakov a najmladších školákov, ktorí sa často natívne pohybujú na mobilných zariadeniach, ovládanie intenzívne využíva princíp “drag” & “drop”. Zvolený spôsob ovládania je nielen prirodzený, ale najmä neodpútava pozornosť od požadovaného cieľa. Udržaniu koncentrácie je podriadený dizajn, ktorý je nastavený minimalisticky až schematicky, bez rušivých momentov, extrémneho množstva farieb, komponentov a tzv. „klikateľných” aktívnych prvkov. Cieľom týchto atribútov je umožniť udržať čo najvyššiu koncentráciu dieťaťa na matematickú podstatu a riešenie úlohy, resp. neposkytnúť potenciálne podmienky na zníženie pozornosti prehnými animačnými alebo inými rušivými javmi.

Všetky vyššie uvedené aspekty boli rozpracované do podrobných požiadaviek, ktoré sa prejavili v celkovej koncepcii a štruktúre matematického edukačného appletu (Obrázok 3).

Štruktúra appletu umožňuje reflektovať potreby, schopnosti a záujmy detí na viacerých úrovniach, ktoré je možné regulovať výberom parametrov úlohy:

- *náročnosť usporiadania;*
- *spôsob usporiadania;*
- *typ usporiadania;*
- *objekty pre usporiadanie.*



Obrázok 3. Základná kostra appletu: *Usporiadanie podľa počtu*

Každý z vyššie uvedených parametrov je dôležitý z hľadiska matematickej a didaktickej gradácie úloh podľa potrieb, schopností a záujmov detí.

Náročnosť úlohy je determinovaná vždy výberom vyššie uvedených parametrov, resp. ich kombináciou. Náročnosť, ako takú, nie je možné dostatočne generalizovať, najmä z dôvodu rôznych schopností detí. Preto pod parametrom „náročnosť usporiadania“ treba v rámci ponuky appletu chápať len jeho limitovaný význam, ktorý sme redukovali na možnosť výberu z troch alternatív:

- *ľahká náročnosť* spočíva v tom, že sa vygeneruje 5 objektov, ktoré treba usporiadať podľa počtu;
- *stredná náročnosť* je definovaná ako usporiadanie podľa počtu, pričom k dispozícii je 7 objektov;

- *ťažká náročnosť* je voľbou na usporiadanie podľa počtu vygenerovaných 9 objektov.

Applet umožňuje výber z dvoch *spôsobov usporiadania*, a to *vzostupne* (od najmenšieho po najväčší) a *zostupne* (od najväčšieho po najmenší).

Je zrejmé, že usporiadanie od jednotky je pre dieťa najprirodzenejšie a najľahšie, čo vyplýva z pedagogicko-psychologických kognitívnych teórií. Vyššiu náročnosť úloh na usporiadanie podľa počtu môžeme dosiahnuť, ak je úlohou usporiadanie podľa počtu s prvým prvkom usporiadanej množiny rôznym od jednotky. Preto parameter „*typ usporiadania*“ umožňuje nastaviť dve úrovne: buď pre *usporiadanie od jednotky* alebo pre *usporiadanie od náhodne vygenerovaného čísla*. V druhom prípade (usporiadanie od náhodne generovaného čísla) sa nezobrazia parametre pre náročnosť, a teda usporiadanie je v tomto prípade možné realizovať len s piatimi objektami.

Objekty určené na usporiadanie sú z matematického hľadiska modelmi usporiadaných alebo neusporiadaných množín prvkov. Predpokladáme, že usporiadanie podľa počtu je pre dieťa jednoduchšie v prípade, že usporiadanie bodiek, resp. štvorcíkov sa zhoduje s vizuálnym prototypom na určovanie počtu, s ktorým sa dieťa stretáva v bežnom živote alebo pri detských hrách. Určovanie počtu prvkov neusporiadanej množiny je pre dieťa náročnejšie, a preto prepokladáme, že vyššiu náročnosť bude pre deti predstavovať usporiadanie modelov ilustrujúcich neusporiadané množiny (rozsvietené okná v domčekoch, hrozienka na koláči).

Ak zoberieme do úvahy všetky možnosti, ktoré applet poskytuje v rámci voľby jednotlivých parametrov, tak zistíme, že *v jednej aplikácii je implementovaných až 32 typovo odlišných úloh na usporiadanie podľa počtu*.

Pre dieťa je často motivačná pozitívna spätná väzba. Preto sme v návrhu a analýze appletu uvažovali a implementovali len spätnú väzbu v prípade úspešného riešenia. Nepočítajú sa nesprávne pokusy (nesprávne umiestnenie objektu), a ani nie je obmedzený ich počet. Ak dieťa nereflektuje vybranú kombináciu parametrov a pokúsi sa umiestniť objekt na nesprávne miesto, tak mu to applet neumožní a reaguje návratom objektu na pôvodnú (domovskú) pozíciu. Dôsledkom tohto implementačného riešenia môže byť riziko spojené s riešiteľskou stratégiou dieťaťa, ktoré sa rozhodne riešiť úlohu

metódou pokus-omyl bez dôkladnejšieho alebo dodatočného rozmýšľania o probléme.

Fáza vyhodnotenia

Cieľom bolo navrhnuť a vytvoriť taký matematický edukačný applet, ktorý bude intuitívne ovládateľný a dieťa samostatne objaví podstatu úlohy, a tiež princíp usporiadania. Taktiež sme predpokladali, že dieťa bude postupovať pri usporiadaní podľa svojho vlastného systému alebo aj náhodne, pričom z hľadiska nášho overovania funkčnosti a edukačnej efektivity appletu bolo a bude zaujímavé skúmať riešiteľské stratégie detí, preferencie detí z hľadiska výberu atribútov appletu a vyhodnocovať prínos appletu z hľadiska rozvíjania potrieb, matematických schopností a záujmu detí.

Zrealizovali sme dva typovo rozličné prístupy k overovaniu appletu z druhého interačného cyklu. Jeden súbor tvorili deti, ktoré sa zúčastnili festivalu „Európska noc výskumníkov“ v Bratislave (29. 9. 2017), na ktorom sme prezentovali doterajšie výsledky výskumu. Applet vyskúšalo viac ako 30 detí rôzneho veku. Riešiteľské stratégie sme zaznamenali prostredníctvom videozáznamov a následne analyzovali. Takto koncipovaný výskum nie vždy poskytol úplné informácie a zdôvodnenia detí o ich stratégii riešenia. Druhý prístup bol založený na individuálnej práci typu „face to face“ s dieťaťom, štruktúrovanom pozorovaní a analýze videozáznamov. Takýchto prípadov je dosiaľ spracovaných šesť. Uvedieme najdôležitejšie zistenia týkajúce sa voľby stratégie dieťaťa pri usporiadaní, z ktorých boli vytvorené nasledujúce kategórie:

K1: Pri vzostupnom usporiadaní prevažovala stratégia ukladania objektov podľa prirodzeného usporiadania čísel, t. j. deti vyhľadali najskôr jednotku (resp. objekt s najmenším počtom prvkov) a umiestnili ho na prvé miesto v rade zľava. Takto pokračovali ďalej.

K2: Pri väčšom počte prvkov (7 a 9) mladšie deti nedokázali na základe holistického vnímania určiť počet prvkov, preto zisťovali počet počítaním.

K3: Zostupné usporiadanie bolo v porovnaní s usporiadaním vzostupným náročnejšie v závislosti od veku a skúseností dieťaťa. Pre niektoré mladšie deti bol tento typ usporiadania kvôli neúspechu demotivačným (odmietali pokračovať v riešení úlohy).

K4: Pri realizácii zostupného usporiadania sme pomerne často identifikovali stratégiu transformácie pôvodného vzostupného usporiadania. Prejavovalo sa to tak, že dieťa postupovalo od konca (sprava doľava) a usporiadalo objekty v rastúcom poradí (obrázok 4). Pripúšťame, že túto stratégiu mohla evokovať ikona pre voľbu smeru usporiadania alebo deti uprednostňovali stratégiu prirodzeného usporiadania čísel.

K5: Napriek tomu, že applet umožňuje presúvanie objektov horizontálne z jednej pozície na inú (korektnú pozíciu), stratégiu presúvania sme vyzorovali len v dvoch prípadoch v istej fáze riešenia.



Obrázok 4. *Ilustrácia stratégie zostupného usporiadania*

Sledovali sme aj preferenciu detí pri výbere objektov v ponuke appletu. Jednoznačne najmenej preferovaný objekt bol model domina a najlepšie prijaté boli lienky (jeden žiak zdôvodnil, že preto, lebo s lienkami sa už stretol v materskej škole a dokresľovali bodky). Dôvod neoblíbenosti domina sa zatiaľ nepodarilo odhaliť, disponujeme len intuitívnymi hypotézami o potenciálnych príčinách odmietania domina.

Zaujímavé zistenia sa objavili pri motíve domčeky, pri ktorých sa ukázala nejednoznačnosť toho, či ide o usporiadanie podľa počtu svetlých alebo tmavých okien. Niektoré deti usporiadali domčeky podľa počtu nezsvietených okien, čo spôsobilo problém pri spätnej väzbe. Na druhej strane je to vhodný moment pre didaktickú intervenciu. Druhá neočakávaná stratégia pri tomto motíve bola založená na usporiadaní na základe identifikovania istého vzoru rozsvietenia. Hoci sme domčeky považovali za motív s neusporiadanými prvkami, našiel sa riešiteľ, ktorý v rozsvietených oknách objavil vzor a pokúsil sa ich usporiadať podľa tohto vlastného vzoru – nesúvisiaceho s počtom. Jeho pravidlo zlyhalo len pri ukladaní posledného domčeka, ktorý nezodpovedal vzoru objavenému dieťaťom.

Hneď v úvode sme uvažovali o tom, že applet má zohľadňovať potreby, schopnosti a záujmy žiakov. V tomto kontexte môžeme konštatovať, že v jednom skúmanom prípade ani zdravotný handicap dieťaťa (postihnutie na pravej ruke) nemal žiaden vplyv na úspešnosť dieťaťa. Ovládanie appletu ľavou rukou bolo bezproblémové a pre dieťa absolútne prirodzené.

Pozorovania nepredpokladali zásah výskumníka alebo učiteľa, ale je pravdepodobné, že vhodná intervencia učiteľa posunie porozumenie relácie usporiadania na kvalitatívne vyššiu úroveň. Stratégie žiakov môže učiteľ usmerniť tým, že urobí čiastočné usporiadanie, tak aby dieťa muselo uplatniť charakteristické vlastnosti relácií. Navrhujeme v ďalšej časti výskumu v oblasti zdokonaľovania výučbových prostriedkov vytvoriť applet, ktorý obmedzí uplatnenie zaužívaných stratégií. Teda príprava a tvorba ďalšej intervencie bude založená na úlohe usporiadať vygenerované objekty podľa počtu tak, aby nebolo možné uplatniť len znalosť číselného radu bez schopnosti porovnať počty prvkov dvoch množín. V oblasti organizácie výskumu sa zameriame na vybrané kategórie získané z doterajšieho výskumu a tie budeme skúmať na vzorke zámerne vybraných, typologicky rôznych, žiakov.

5. Záver

Matematické edukačné applety „Usporiadanie podľa počtu“ sú vytvorené na základe dlhodobého skúmania problematiky tak, aby poskytli variabilitu typovo odlišných gradovaných úloh, ktoré navyše poskytujú možnosť didaktickej intervencie učiteľa. Výsledky majú aplikačný a empirický charakter. Identifikované stratégie žiakov pri riešení jednotlivých úloh boli po kvalitatívnej analýze rozdelené na často používané a originálne, avšak dôvody voľby detskej stratégie ešte vyžadujú ďalšie skúmanie.

Skúmanie schopnosti žiakov aplikovať reláciu usporiadania je zatiaľ vo fáze ukončenia dvoch cyklov DBR, počas ktorých sme sa snažili o validáciu prostredníctvom triangulácie metód. Výsledky sú aktuálne významné v oblasti zdokonaľovania appletov, najmä z hľadiska uplatňovania didaktických princípov. V oblasti preferencie stratégií žiakov pri usporiadaní objektov podľa počtu, originalitu riešenia úloh, funkčnosť a plynulosť technického ovládania appletov považujeme výsledky za čiastkové. Limitujúcimi faktormi zovšeobecnenia záverov boli dosiaľ nedokončené všetky

iteračné cykly a rozsahy výskumných súborov v rámci jednotlivých iterácií, ktorý si po ukončení tvorby intervencie vyžaduje aj rozsah súboru vhodný na kvalitatívno-kvantitatívne overenie. Ďalšie cykly výskumu budú zamerané na intervenčný potenciál appletu na rozvíjanie schopnosti usporiadať podľa počtu u detí s rôznymi schopnosťami, záujmami a potrebami.

PodĎakovanie: *Príspevok vznikol za podpory grantu APVV-15-0378, OPTIMAT.*

Literatura

ANDERSON, T., & SHATTUCK, J. (2012). Design-based research: A decade of progress in education research? *Educational Researcher*, 41(1), 16-25.

CLEMENTS, D. H & SARAMA, J. (2014). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. New York, USA: Routledge.

DAVID, L. (2007). Design-Based Research Methods (DBR). In *Learning Theories*. Retrieved from <https://www.learning-theories.com/design-based-research-methods.html>

KALAŠ, I. (2009). Pedagogický výskum v informatike a informatizácii (2. časť). *Proceedings of conference DidInfo 2009*. Banská Bystrica: UMB. 15-25.

KAUFMAN, E. L., LORD, M. W., REESE, T. W., & VOLKMANN, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American Journal of Psychology*, 62, 498-525.

PARTOVÁ, E. (1999). Význam relácií vo výchovnom programe materských škôl. *Cesty demokracie vo výchove a vzdelávaní 3*. Bratislava: Iuventa. 111-114.

PARTOVÁ, E. & ŽILKOVÁ, K. (2010). Rozvíjanie pojmu relácia v predškolskom veku prostriedkami IKT. *Matematika 4: Matematické vzdelávaní v kontextu proměn primární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2010. 225-229.

PIAGET, J. & INHELDER, B. (2010). *Psychologie dítěte*. Prague, Czech Republik: Portál.

RANSCHBURG, J. (2014) *A világ megismerése óvodáskorban*. Budapest, Hungary: Saxum.

SAHASRABUDHE, S. S., MURTHY, S. & IYER, S. (2013). Design based research to create instructional design templates for learning objects. *New Frontiers in Education*, 46(1), 27-46.

ŠALÁT, T., HAVIAR, A., HECHT, T. & KATRIŇÁK, T. (1986). *Algebra a teoretická aritmetika (2)*. Bratislava: ALFA.

WEIGL. I. (1982). *Porovnávanie, usporadúvanie, priradovanie*. Bratislava, Slovakia: SPN.

Rozvoj exekutívnych funkcií v matematike prostredníctvom stimulačného programu

Alena Prídavková, Edita Šimčíková, Blanka Tomková

Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Katedra
matematickej edukácie

1. Úvod

Exekutívne funkcie predstavujú mentálne procesy, ktoré sú aktivované pri kognitívnej činnosti akéhokoľvek charakteru. Ich fungovanie je dôležitou zložkou schopnosti učiť sa a majú význam aj pri úspešnom riešení matematických úloh. V prípade potreby stimulácie týchto procesov je možné ich rozvíjanie realizovať prostredníctvom úloh, ktorých kontext vychádza z matematického obsahu. Exekutívne funkcie ako kontrola pozornosti, pracovná pamäť, plánovanie a sebaregulácia sú dôležité pri riešení úloh v matematike na primárnom stupni vzdelávania (Prídavková, Šimčíková, Tomková, 2017). Jedným zo zámerov projektu APVV-15-0273 je tvorba a experimentálne overenie stimulačného programu z matematiky. Program je prioritne určený na podporu vybraných exekutívnych funkcií (spomenutých vyššie). V článku bude predstavený proces tvorby programu, ako aj jeho štruktúra.

2. Teoretické východiská tvorby stimulačného programu

Stimulačný program bol kreovaný so zreteľom na to, aby pri každej intervencii boli rozvíjané a stimulované exekutívne funkcie, pričom za prostriedok na dosahovanie projektových zámerov boli zvolené matematické úlohy. Primárna klasifikácia úloh bola realizovaná s ohľadom na určenie dominantne stimulovanej exekutívnej funkcie. Tematické zameranie úloh vychádzalo

z výsledkov obsahovej analýzy kurikulárnych dokumentov z matematiky na Slovensku a z výsledkov národných a medzinárodných testovaní. Čiastkové výsledky analýz boli prezentované na EME 2017 (Tále). Na základe analýzy boli vyšpecifikované nasledujúce oblasti matematického kurikula na primárnom stupni vzdelávania (tematické celky a učivo): Riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie (postupnosti, kombinatorika, výroková logika); Čísla a operácie s prirodzenými číslami; Geometria (základné geometrické útvary, orientácia v priestore a v rovine, zhodné zobrazenia) (ŠVP, 2015).

Organizácia NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) vymedzila pre vyučovanie matematiky päť obsahových štandardov: *čísla a operácie, algebra, geometria a meranie, analýza dát, pravdepodobnosť* (Cross et al., 2009, s.122). Pre matematické vzdelávanie žiakov mladšieho školského veku sú mimoriadne dôležité dve oblasti obsahu matematiky (Cross et al., 2009): *čísla* (čísla, operácie, relácie) a *geometria* (priestorové vnímanie a uvažovanie, meranie). Po obsahovej stránke sú v predstavenom stimulačnom programe zahrnuté úlohy, ktoré sú v kontexte s uvedenými štandardami. Pre tvorbu programu bolo dôležité mať na zreteli okrem obsahového zamerania aj procesnú dimenziu úloh. V procese aplikácie programu, pri samotnej intervencii, boli rešpektované nasledovné procesuálne štandardy vymedzené NCTM: *riešenie problémov, zdôvodňovanie a dokazovanie, komunikácia, vzťahy a súvislosti, reprezentácie*. Všetky uvedené štandardy boli napĺňané na elementárnej úrovni s ohľadom na cieľovú skupinu, ktorú tvorili žiaci so sociálne znevýhodňujúceho prostredia a v matematike boli hodnotení ako slaboprosievajúci.

Ako uvádza Cross et al. (2009), deti potrebujú podporu zo strany dospelých na to, aby sa ich prvotné vedomosti mohli ďalej rozvíjať, aby sa naučili sústrediť svoju pozornosť a boli tak schopné rozvinúť matematické elementy vyskytujúce sa v každodenných situáciách. Práve v období mladšieho školského veku sa u detí rozvíjajú všeobecné kompetencie a prístupy ku učeniu sa, ktoré zahŕňajú aj ich kapacity regulovať ich emócie a správanie (pozornosť, komunikáciu). Matematické vzdelávanie môže byť nápomocné pri rozvíjaní týchto všeobecných kompetencií.

Kľúčovým aspektom vyučovania a učenia sa matematiky je kvalita otázok kladených učiteľom (Sangster, 2016). Je to prostriedok na interakciu a prepojenie medzi žiakom a učiteľom a predstavuje základ pre budovanie ich matematického porozumenia. Otázky predstavujú istú formu podpory a riadenia pozornosti žiakov. Pomáhajú im koncentrovať sa na to, čo je dôležité a stimulujú tak ich myslenie. Na druhej strane sú otázky pre učiteľa prostriedkom na porozumenie úrovne vedomostí žiakov. Dobrý učiteľ dokáže zvoliť a formulovať vhodné otázky – vie kedy ide o primeranú pomoc a kedy o výzvu. Sangster (2016) uvádza dva typy otázok: „lower – order question“ (otázka nižšej úrovne) a „higher – order question“ (otázka vyššej úrovne). Príkladom prvého typu otázky je: *Aké číslo nasleduje za 17?* Odpoveď je založená na vedomostiach a zručnostiach žiaka – buď na ňu odpovie alebo nie. Od žiaka sa nevyžaduje tvorba nových poznatkov. V matematike sú to otázky spojené s učivom o základných početných operáciách. Pri otázkach druhého typu musí žiak použiť svoje doterajšie vedomosti na to, aby bol schopný odpovedať na otázku. Napríklad: *Môžeš vysvetliť, ako si riešil tento problém? Koľko je 10 bez 7?* Je dôležité, aby si učiteľ uvedomoval, aký typ otázok bude žiakom zadávať a aký typ odpovede je očakávaný. Potrebuje žiak čas na rozmyslenie? Potrebuje čas na to, aby vytvoril odpoveď? Rowe (1974, In Sangster, 2016) skúmal efekt „wait time“ (doba čakania). Bolo zistené, že s narastajúcim časom pre formuláciu odpovede na otázku žiaci začínajú vytvárať dlhšie odpovede a cítia sa menej istí. Začínajú reagovať na seba navzájom a vo všeobecnosti sa častejšie stáva, že sa rozvinie diskusia medzi žiakmi navzájom. Aj tieto skutočnosti predstavovali dôvody, kvôli ktorým bol program pripravený na použitie vo forme párovej stimulácie. Pri skupinovej práci, teda aj pri práci vo dvojiciach, má učiteľ viac možností na vytváranie podmienok pre tvorbu a realizáciu dialógov a dostáva sa tak do pozície inštruktora a facilitátora. Pomocou kladenia otázok má učiteľ možnosť stimulovať a rozvinúť individuálne žiacke uvažovanie, exekutívne funkcie a metakognitívne schopnosti.

6. Proces tvorby stimulačného programu a jeho charakteristika

Stimulačný program, určený na rozvoj exekutívnych funkcií, bol vytvorený na základe zámeru, že hlavný prostriedok, nástroj stimulácie myslenia žiakov predstavuje matematická úloha. Tvorba programu bola realizovaná v niekoľkých etapách. V prvej etape boli identifikované tie oblasti kurikula, v rámci ktorých boli navrhované konkrétne úlohy. Ďalšia etapa bola zameraná na tvorbu banky úloh vo forme skupín s kognitívne gradovanými úlohami. Ku každej úlohe boli vytvorené pokyny a inštrukcie, ktoré zadáva administrátor stimulovaným žiakom, pripravené boli sady pomôcok k úlohám a inštrukcie vo forme otázok orientované na metakognitívnu stimuláciu. Úlohy boli dizajnované tak, aby ich bolo možné použiť vo forme párovej stimulácie (administrácie). Súčasťou stimulačného programu je aj záznamový hárok pre administrátora. Ten bol formálne rozdelený na tri časti tak, aby bolo možné zaznamenať prejavy a reakcie žiakov z pohľadu (1) kognície (pojmy použité v procese riešenia úlohy, obsahová dimenzia programu), (2) exekutívnych funkcií, ktoré boli stimulované a (3) metakognitívnej stránky intervencie.

Stimulačný program je zameraný na rozvoj a aktivizáciu kontroly pozornosti, pracovnej pamäti a plánovania, pričom kognitívne plánovanie možno stimulovať vo väčšine navrhnutých súborov úloh a často nie je možné vylúčiť z procesu stimulácie aj inú exekutívnu funkciu, na ktorú sa aplikovaný súbor prioritne nezamerá (napríklad sebaregulácia). Matematické aspekty stimulačného programu rešpektujú vyššie spomenuté výsledky analýz (kurikulárnych dokumentov z matematiky, kognitívneho zamerania úloh). Na základe týchto sumarizovaných výsledkov boli jednotlivé úlohy zaradené do stimulačného programu tak, aby vytvárali doménovo špecifické súbory. Výsledkom je program pozostávajúci zo súborov úloh zameraných na jednu vybranú tému matematického kurikula a zároveň na stimuláciu vyššie spomenutých exekutívnych funkcií (prioritne jednu). Program tvoria tieto stimulačné jednotky: *orientácia v priestore a v rovine, mentálne rotácie, postupnosti, číselné predstavy, logika, kombinatorika*. Stimulačný modul pozostáva z desiatich súborov úloh a každý z nich obsahuje sadu gradovaných úloh (aspekt odstupňovanej kognitívnej

náročnosti úloh) pre prvého respondenta, aj sadu návrhov zadaní pre podporu adekvátnej párovej stimulácie (druhého respondenta v stimulácii). K úlohám boli navrhnuté a vytvorené autorské pomôcky (napr. vo forme pracovných listov, kartičiek, kariet na zaznamenávanie riešenia úlohy, podložiek, šablón, obrázkov a pod.). Pri aplikácii väčšiny úloh sa vyžaduje manipulácia s modelmi abstraktných konceptov a v procese intervencie sa postupne prechádza k vyššej úrovni abstrakcie. V programe sú zaradené úlohy, ktorých proces riešenia využíva rôzne typy reprezentácií a to enaktívnu, ikonickú a symbolickú (Bruner, 1966, In Hejný, Kuřina, 2001).

Stimulačný program je kreovaný tak, aby sa okrem exekutívnych funkcií rozvíjali aj metakognitívne schopnosti žiakov, ide teda o procesuálne orientovanú mediáciu. Každá úloha obsahuje súbor otázok, ktoré sú zadávané žiakovi zo strany administrátora v procese riešenia úlohy postupne, v troch etapách: pred začatím riešenia úlohy, v procese riešenia úlohy a po ukončení riešenia (Partanen a kol., 2015). V programe bola pri každom súbore úloh využitá jedna batéria otázok a inštrukcií na metakognitívnu zložku uvažovania:

Pred riešením: *Pomenuj, čo vidíš. Povedz (zopakuj), čo máš urobiť. Ako si myslíš, že úlohu vyriešiš?*

Počas riešenia úlohy: *Povedz, na čo musíš dávať pozor, aby si úlohu vyriešil správne. Povedz, ako si riešil úlohu. Porad' kamarátovi, ako má postupovať, aby úlohu vyriešil. Čo je potrebné si všímať? Čomu sa musíme vyhnúť? Čo si urobil zle? Prečo si urobil chybu? Ako sa vyhneš chybe? Čo nesmieš spraviť?*

Po ukončení riešenia (otázky zamerané na transfer): *Stretol si sa s takouto úlohou niekedy mimo matematiky? Kde môžeš využiť to, čo si sa naučil?* Reakcie a odpovede žiakov na otázky sú administrátormi zaznamenávané do hárkov, kde je na to vytvorený priestor. Jedným z cieľov pripravovanej intervencie je rozvíjanie schopnosti uvažovať nad vlastnými myšlienkovými procesmi, čo je pre žiakov veľkou výzvou a problémom. V tomto procese uvažovania je dôležité, aby žiaci boli schopní verbalizovať svoje myšlienkové postupy.

7. Závěr

Predstavený program, určený na stimuláciu exekutívnych funkcií slaboprosievajúcich žiakov v matematike, bol experimentálne overený v skupine žiakov pochádzajúcich so sociálne znevýhodňujúceho prostredia. Konkrétne išlo o žiakov 4. ročníka primárneho stupňa vzdelávania. Intervencia bola realizovaná vo forme párovej stimulácie (administrátor a dvaja žiaci) so zámerom využitia párovej mediácie na úrovni žiak - žiak, ale aj žiak - administrátor a administrátor - žiak. Prostredníctvom kurikulárne orientovaných úloh, zaradených do súborov, boli v cieľovej skupine žiakov stimulované exekutívne funkcie, pričom všetky súbory úloh boli zamerané na stimuláciu kontroly pozornosti a štyri z nich aj na pracovnú pamäť. Sebaregulácia bola u žiakov stimulovaná v priebehu každej intervencie aj využitím metakognitívnej zložky programu. Uvedomujeme si náročnosť procesu stimulácie žiakov prostredníctvom navrhnutého súboru úloh, keďže vybraná vzorka žiakov často nemá požadované vedomosti z učiva matematiky a celý proces môže sklznúť do „doučovania“ matematiky, čo nie je v tejto fáze žiaduce.

Poznámka: *Príspevok je čiastkovým výstupom projektu: APVV-15-0273 Experimentálne overovanie programov na stimuláciu exekutívnych funkcií slaboprosievajúceho žiaka (na konci 1. stupňa školskej dochádzky) – kognitívny stimulačný potenciál matematiky a slovenského jazyka.*

Literatúra

HEJNÝ, M., KUŘINA, F. Dítě, škola, matematika. Konstruktivistické přístupy k vyučování. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-581-4

CROSS, Ch. T., WOODS, T. A., SCHWEINBRUGER, H. A. (eds.). Mathematics Learning in Early Childhood: Paths Towards

Excellence and Equity. The National Academies Press, 2009. ISBN 978-0-309-12806-3

KOVALČÍKOVÁ, I. et al. Diagnostika a stimulácia kognitívnych a exekutívnych funkcií žiaka v mladšom školskom veku. (druhé, rozšírené vydanie) Prešov: Vydavateľstvo PU v Prešove, 2016. ISBN 978-80-555-1719-3

PARTANEN, P., JANSSON, B., LISSPERS, J. a SUNDIN, Ö. Metacognitive Strategy Training Adds to the Effects of Working Memory Training in Children with Special Educational Needs. 2015. In International Journal of Psychological Studies, 7(3), 130.

SANGSTER, M. Engaging Primary Children Mathematics. Bloomsbury Academic, 2016. ISBN 978-1-4725-8026-9

PRÍDAVKOVÁ, A., ŠIMČÍKOVÁ, E. a TOMKOVÁ, B. Exekutívne funkcie v matematike v primárnom vzdelávaní. In: Primárne matematické vzdelávanie – teória, výskum a prax. (58-62). Banská Bystrica: Belianum, 2017. ISBN 978-80-557-1236-9

[Štátny vzdelávací program pre primárne vzdelávanie](#). Matematika. 2015. On-line. [11. 3. 2018]

http://www.statpedu.sk/files/articles/dokumenty/inovovany-statny-vzdelavaci-program/matematika_pv_2014.pdf

Přípravenost budoucích učitelů primárního stupně na práci s gradovanými úlohami v matematice

Radka Dofková, Jitka Laitochová

Palackého univerzita v Olomouci, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky

Úvod

Nedávno realizovaný výzkum ukázal, že kritickým místem jak odborně matematické, tak didaktické připravenosti budoucích učitelů matematiky primárního stupně jsou slovní úlohy (Dofková, Kvintová, 2017). Přesto je zřejmé, že slovní úlohy jsou ve výuce matematiky velmi důležité, protože propojují osvojené poznatky z matematiky s dovednostmi při řešení problémů z reálného světa. Umožňují žákům rozvíjet řadu schopností a dovedností, a to nejen v oblasti matematiky, ale také například spojené s porozuměním textu a různé praktické dovednosti. Specifickým typem slovních úloh jsou gradované úlohy, o kterých bude pojednáno níže v textu.

1. Teoretická východiska

Gradované úlohy označují soubor úloh nebo úlohy s několika úkoly a otázkami, které na sebe navazují a postupně zvyšují svou obtížnost. Postup řešení od jednoduchých ke složitějším úkolům žákům pomáhá se v úloze lépe orientovat, první kroky jim mohou pomoci k nalezení řešení těžších úloh. Poslední náročnější úkoly mohou sloužit jako motivace pro nadanější žáky. S gradovanými úlohami se však nemusíme setkávat pouze v matematice, ale také v jiných oborech, i když pro práci s matematickými operacemi jsou typické (Novák, 1999).

Úlohy mohou gradovat ve všech třech složkách slovních úloh: v kontextu, matematickém obsahu či ve formě prezentace. Od známých prostředí jako je škola, rodina či volný čas se kontext může

posouvat do prostředí žákům ne tak blízkých. V matematickém obsahu můžeme například ztížit úlohu nutností použít při řešení více početních operací nebo operovat s většími čísly. Co se týče formy prezentace, slovní úlohu můžeme udělat obtížnější například nadbytečnými údaji v textu. Velké obtíže žákům často činí prezentace dat v různých tabulkách, grafech či diagramech (Švrček, 2014).

Cílem úloh, potažmo gradované série úloh je vést žáka k objevení primárních, ale zejména sekundárních vztahů. V gradaci by v podstatě šlo pokračovat do nekonečna. Parametry, které bereme na zřetel, jsou znaménko před číslem, počet desetinných míst, periodicita. Jelikož je obtížnost vnímána individuálně, i zde uvedené gradace nemusí odpovídat každému jedinci, ale je dobré zamyslet se nad tím, jak tyto malé změny mění obtížnost jednotlivých úloh.

Gradované úlohy dávají dětem možnost volby, na rozdíl od jiných typů úloh, kde se předkládá příklad a očekává se vyřešení, nehledě na obtížnost. Mohou si vybrat příklady i pořadí jejich výpočtu, což přináší méně stresu. Občas se však může vyskytnout problém s výběrem. Velmi často s pojmem gradované úlohy pracuje výuka orientovaná na budování schémat (VOBS), která je založena na konstruktivistickém přístupu výuky. Děti mají možnost výběru a postupují svým vlastním tempem (Hejný, Kuřina, 2001).

Vnímání připravenosti budoucích učitelů primárního stupně pro výuku gradovaných úloh souvisí s jejich vnímáním osobní zdatnosti (self-efficacy). Self-efficacy učitele ve výuce lze vymezit jako učitelovo přesvědčení, že dokáže zvládnout i obtížné zvladatelné žáky a „naučit je“ (Gavora, 2010). Jde tedy o představu učitele o jeho učitelských kompetencích, ale nemusí to nutně být kompetence, které skutečně má (Gavora, 2012).

Zakladatel konstrukt self-efficacy Albert Bandura uvádí, že self-efficacy se liší v různých situacích, kterým je učitel vystaven a také v různých disciplínách – jinak vnímá učitel svůj potenciál ve vysvětlování nového učiva, jinak při různých tématech (zde v oblasti gradovaných úloh), jinak ho vnímá při hodnocení žákova výkonu (Bandura, 1994). Obecně lze konstatovat, že většina výzkumů potvrzuje pozitivní dopady vyššího self-efficacy budoucích učitelů primárního stupně na kvalitu edukačního procesu (Hoy & Hoy, 2006; Wheatley, 2005).

2. Výzkumné šetření

Stěžejní část příspěvku spočívá v představení realizovaného šetření, které proběhlo na podzim roku 2017 mezi 108 studenty prezenčního studia a 35 studenty kombinované formy studia na Pedagogické fakultě UP v Olomouci. Byl použit dotazník vlastní konstrukce, ve kterém měli respondenti hodnotit efektivitu gradovaných úloh ve výuce, jejich vliv na rozvoj matematického myšlení, jejich náročnost na přípravu učitele apod.

Konkrétně sedmá položka dotazníku zjišťovala, jak se studenti cítí připraveni na výuku gradovaných úloh. Studenti měli hodnotit svou připravenost na čtyřstupňové škále: *nepřipraven(a) – spíše nepřipraven(a) – spíše připraven(a) – připraven(a)*.

Stanoveny byly následující výzkumné předpoklady:

(VP1) Studenti prezenční formy studia se cítí dostatečně připraveni pro zařazování gradovaných úloh do své budoucí výuky.

(VP2) Studenti kombinované formy studia se cítí dostatečně připraveni pro zařazování gradovaných úloh do své výuky.

(VP3) Existuje rozdíl v hodnocení vlastní připravenosti mezi studenty prezenční a kombinované formy.

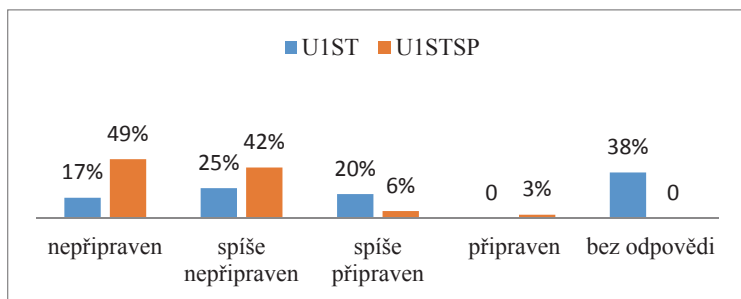
Výzkumný vzorek tvořili studenti primárního stupně prezenční a kombinované formy studia, které bylo možno dále vnitřně členit. Pro vyhodnocení dané položky byly zvoleny následující parametry:

u prezenční formy studia to byl studovaný obor: Učitelství pro 1. stupeň ZŠ (U1ST) a Učitelství pro 1. stupeň ZŠ a speciální pedagogika (U1STSP)

u kombinované formy studia skutečnost, zda student vyučuje či nevyučuje matematiku.

Získané výsledky byly vyhodnoceny základními popisnými statistikami (sledovanými proměnnými byly například studovaný obor, forma studia, délka praxe apod.)

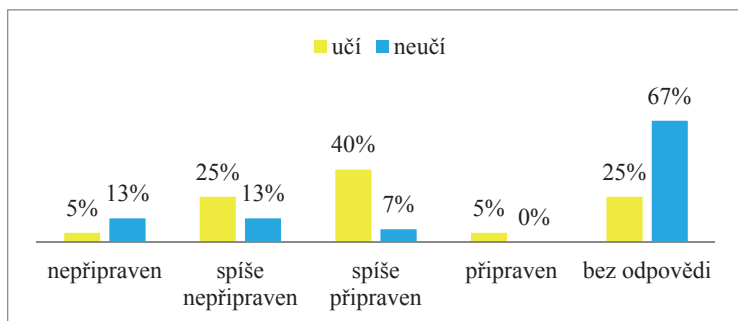
Výzkumu se zúčastnilo celkem 108 studentů prezenční formy studia, z toho 75 U1ST (ve 4. a 5. ročníku) a 33 U1STSP (ve 3. ročníku). Obě skupiny měly za sebou jeden semestr didaktiky matematiky.



Graf 1. Hodnocení připravenosti prezenčními studenty

Z Grafu 1 je patrné, že nepřipraveno vyučovat gradované úlohy se cítí 17 % respondentů skupiny U1ST a 49 % U1STSP, spíše nepřipraveno 25 % U1ST a 42 % U1STSP a spíše připraveno 20 % U1ST a 6 % U1STSP. Připraven se necítí žádný student U1ST a pouze 3 % U1STSP. Více než třetina studentů skupiny U1ST neuvdala ani jednu možnost (38 %).

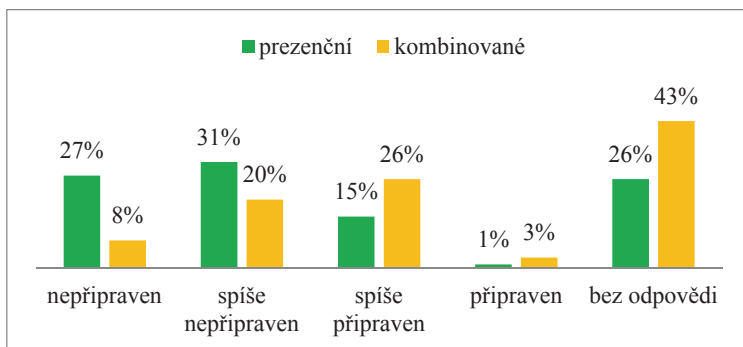
Z kombinované formy studia se výzkumu zúčastnilo 35 studentů s průměrnou délkou pedagogické praxe 7 let, z nichž bylo 15 ve 3. ročníku studia a 20 ve 4. ročníku studia.



Graf 2. Hodnocení připravenosti kombinovanými studenty

Z Grafu 2 je patrné, že nepřipraveno vyučovat gradované úlohy se cítí pouze 5 % respondentů, kteří učí matematiku a 13 %, kteří ji neučí, spíše nepřipraveno 25 % respondentů vyučující matematiku

a 13 % těch, kteří ji v současné době neučí a spíše připraveno 40 % respondentů vyučujících matematiku a 7 % matematiku neučí. Připraven se necítí žádný student, který matematiku neučí a 5 % respondentů se cítí připraven zařazovat gradované úlohy do výuky. V tomto případě čtvrtina učitelů, kteří matematiku učí, neuvodila ani jednu možnost (25 %) a celých 67 % učitelů, kteří ji neučí.



Graf 3. Hodnocení připravenosti – srovnání odpovědí

Při celkovém srovnání nás zajímalo, zda byla statisticky významná závislost v rozdílech odpovědí mezi studenty prezenční a kombinované formy. Byly stanoveny hypotézy:

H_0 : Mezi odpověďmi studentů prezenční a kombinované formy neexistuje statisticky významná závislost.

H_A : Mezi odpověďmi studentů prezenční a kombinované formy existuje statisticky významná závislost.

Použit byl Fisherův kombinatorický test, pomocí kterého byla vypočtena hodnota p-value = 0,02. Testování proběhlo na hladině významnosti 0,05, proto byla nulová hypotéza zamítnuta – mezi odpověďmi respondentů existuje statisticky významný rozdíl.

Z Grafu 3 je vidět, že 27 % studentů prezenční a 8 % kombinované formy se cítí nepřipraveno na výuku gradovaných úloh, 30 % prezenčních a 20 % kombinovaných se cítí spíše nepřipraveno, 16 % prezenčních a 26 % kombinovaných spíše připraveno a 1 % prezenčních a 3 % kombinovaných připraveno. Celkově na danou položku neodpovědělo 26 % prezenčních a 43 % kombinovaných studentů.

Závěry a doporučení

Z uvedených dat je zřejmé, oproti původně stanoveným výzkumným předpokladům, že studenti se necítí připraveni pro výuku gradovaných úloh ve své budoucí případně stávající výuce. Většina odpovědí u všech sledovaných skupin je spíše negativní, velká část respondentů dotazník vůbec nevyplnila.

Hlavními důvody mohou být zejména nedostatečná sebedůvěra (budoucího) učitele při práci s nestandardními úlohami obecně, či jejich malé povědomí o gradovaných úlohách. Je zřejmé, že je třeba tyto úlohy zařazovat častěji do seminářů z didaktiky matematiky, nechat budoucí učitele s nimi pracovat jak ve skupině, tak samostatně a budovat v nich pozitivní vztah k jejich implementaci do hodin matematiky na prvním stupni ZŠ.

Pozitivním cílem k dosažení nám může být hodnocení jednoho studenta kombinované formy studia: *„Formu gradovaných úloh využívám velmi často a rád. Pro mě potřebnou práci dokončí všichni a ti rychlejší si na těch náročnějších úlohách učivo lépe procvičí. U dětí ani tolik nehraje roli obtížnost úloh, ale především jejich myšlení. Pro každého je přijatelný jiný úkol, protože se individuálně liší i jejich myšlení.“*

Literatura

DOFKOVÁ, R., KVINTOVÁ, J. Vnímání vlastní efektivity učitelů primárního vzdělávání: kvalitativní analýza matematické a didaktické připravenosti v pregraduální přípravě. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2017. 136 s. ISBN 978-80-244-5245-6.

HEJNÝ, M., KUŘINA, F. Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování. 1. vyd. Praha: Portál, 2001. 187 s. ISBN 80-7178-581-4.

NOVÁK, B. *Matematika III: Několik kapitol z didaktiky matematiky*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 1999. 79 s. ISBN 80-7067-979-4.

ŠVRČEK, J. *Tvorba a využití gradovaných řetězců matematických úloh*, 2008. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci. 129 s. ISBN 978-80-244-4018-7.

Logiczne myślenie jako element rozwoju matematycznego dzieci

Grażyna Rygał, Agnieszka Borowiecka

Akademia im. Jana Długosza w Częstochowie

1. Wprowadzenie

Myślenie ma ogromne znaczenie w rozwoju dzieci. Procesy przyswajania wszelkich wiadomości, nabywania umiejętności i nawyków oparte są na myśleniu. W wyniku tych procesów następuje u dziecka uogólnianie, koncentracja, porządkowanie – systematyzowanie i analizowanie. Zgodnie ze stwierdzeniem Edwarda de Bono [1] *„Być może najważniejszą rzeczą, jaką możesz zrobić dla społeczeństwa i świata jest nauczyć dzieci jak sprawnie i skutecznie myśleć”*. Myślenie to umiejętność, której możemy się nauczyć. Nie jest właściwym traktowanie myślenia jako inteligencji, czy posiadania ogromu wiedzy. Zadaniem edukacji jest przygotowanie młodego pokolenia do zastosowania umiejętności myślenia w rozwiązywaniu rzeczywistych problemów w realnym życiu.

W tradycyjnym systemie kształcenia mamy do czynienia z myśleniem reaktywnym. Reagujemy na problemy, które są przedstawione w formie prawie gotowej do rozwiązania. Myślenie aktywne, to czynna postawa prowokująca wydarzenie wymagające operatywności i sprawności działania. To cechy myślenia twórczego. W otaczającym świecie trzeba dokonywać wyborów i podejmować decyzje. Sytuacje, gdy istnieje potrzeba myślenia według Edwarda de Bono [1], sprowadzają się do dwóch typów. Pierwszy to myślisz, bo chcesz myśleć, a drugi to myślisz, bo musisz myśleć.

Aby nasze myślenie było skuteczne powinniśmy zastosować np. metodę sześciu myślowych kapeluszy [1]:

- *Kapelusz biały* – fakty, liczby, dane, informacje. Co wiemy? Jakie dane musimy zdobyć?

- *Kapelusz czerwony* – emocje, odczucia, przeczucia, intuicja. Co odczuwamy w związku ze sprawą, o której w tym momencie myślimy?

- *Kapelusz czarny* – ostrożność, ocena prawdziwości, osądzanie, weryfikacja faktów. Czy to będzie bezpieczne? Czy to będzie funkcjonować?

- *Kapelusz żółty* – korzyści, zalety, zyski, oszczędności. Dlaczego warto to zrobić?

- *Kapelusz zielony* – badanie możliwości, dociekanie, poszukiwania, sugestie, pomysły. Czy można to zrobić w inny sposób? Czy mamy jakieś pomysły?

- *Kapelusz niebieski* – myślenie o myśleniu, kontrola i sterowanie procesem myślenia. Dokąd doszliśmy? Pomysł rozwiązania problemu.

Bardzo ważnym jest aby zachęcać do myślenia wszystkimi typami kapeluszy w różnej kolejności.

2. Myślenie matematyczne

Myślenie matematyczne [2] to zespół podejmowanych samodzielnie czynności umysłowych polegających na:

- rozwiązywaniu zadań i innych problemów matematycznych,
- poszukiwaniu problemów, czyli dostrzeganiu nowych relacji matematycznych i skłonności do matematyzacji rzeczywistości.

Myślenie matematyczne powinno umożliwiać poznawanie świata poprzez walory poznawcze [2] jak:

- ciekawość matematyczna,
- zdolność do dyscyplinowania swojego myślenia,
- umiejętność poszukiwania własnych strategii rozwiązań.

Myślenie matematyczne musi mieć znamiona myślenia twórczego. Nie można go sprowadzić do formalizacji i schematyzacji.

Twórczość matematyczna jest bardzo ważnym elementem osiągnięcia sukcesów w logicznym myśleniu.

3. Kognitywizm a rozwój myślenia logicznego

Twórcą kognitywizmu jest Lew Siemionowicz Wygotski (1896-1934). Uważał on, że przyswojenie określonych informacji jest niezbędne ale uczeń w konsekwencji ma przede wszystkim rozwijać umiejętności uczenia się. Powinny one być kreatywne, prowadzące do myślenia przyczynowo-skutkowego.

Kognitywizm to przede wszystkim multidyscyplinarność [3]. Nauczanie jest ukierunkowane na proces. Uczymy przez aktywne budowanie wiedzy, procesy poznawcze oraz tworzenie warunków do samodzielnego zdobywania wiedzy. Istotną cechą kognitywizmu jest tworzenie wiedzy całościowej, a nie fragmentarycznej oraz umiejętności jej wykorzystywania, przez skupienie się na procesie uczenia się i myślenia. Mamy do czynienia z trzema procesami: poznawczym, afektywnym i metapoznawczym.

Pierwszy z nich polega na przetwarzaniu treści przyswajanych przez ucznia. Drugi opiera się na działaniach afektywnych, czyli sposobie radzenia sobie przez ucznia z emocjami towarzyszącymi uczeniu się. Trzeci polega na wglądzie w uczenie się ucznia, aby w końcowej fazie samodzielnie dostosować uczenie się do własnych potrzeb. To bardzo powolny i złożony proces.

Dzięki logicznemu myśleniu jesteśmy gotowi podejmować decyzje, efektywnie pracować, planować i osiągać zamierzone cele. Takie myślenie pozwala na poznanie otaczającego świata, analizowania określonych problemów i znajdowanie najlepszych rozwiązań.

4. Badania logicznego myślenia

Celem przeprowadzonych badań było znalezienie odpowiedzi na następujące pytania:

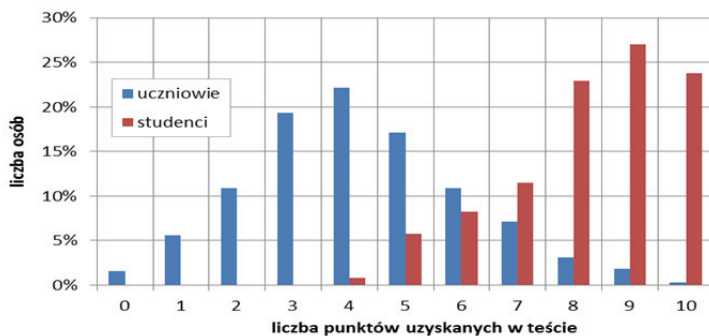
1. Czy uczniowie kończący pierwszy etap edukacyjny mają zadawalający poziom myślenia logicznego?
2. Czy studenci – przyszli nauczyciele edukacji przedszkolnej i wczesnoszkolnej mają zadawalający poziom myślenia logicznego?

Sformułowano problem: jaki jest poziom logicznego myślenia uczniów po pierwszym etapie edukacyjnym i studentów specjalności edukacji przedszkolnej i wczesnoszkolnej.

Do badań zastosowano metodę sondażu diagnostycznego, technikę ankiety. Jako narzędzia użyto testu [4]. Test zastosowany w badaniach uczniów i studentów składał się z 10 zadań zamkniętych, jednokrotnego wyboru [5]. Wszystkie zadania były dostosowane do poziomu wiedzy, który powinien posiadać uczeń na koniec pierwszego etapu edukacji i obejmowały treści matematyczne, praktyczne, analizę sytuacji i treści językowe. Za poprawną odpowiedź uczestnik testu otrzymywał jeden punkt, a za złą odpowiedź lub brak odpowiedzi zero punktów. Maksymalna ilość punktów do uzyskania wynosiła dziesięć.

Badaniami objęto 321 uczniów ze szkół województwa śląskiego oraz 122 studentów studiujących w Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie. Z uwagi na różną licznosc grup badawczych wyniki badań przedstawiono w procentach.

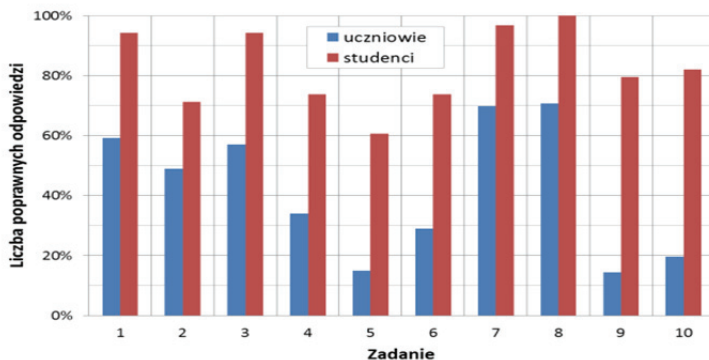
Zgodnie z przewidywaniami rozwiązywalność zadań testowych przez studentów była znacznie wyższa (Wykres 1).



Wykres 1. Liczba osób osiągających odpowiednie punkty w teście

Porównując poprawne odpowiedzi dla poszczególnych zadań (Wykres 2), zarówno uczniowie, jak i studenci najczęściej problemów mieli z zadaniem nr 5, którego treść przedstawiono poniżej [5].
Zeszyt do matematyki liczy 16 stron. Ile potrzeba cyfr, aby ponumerować każdą ze stron zeszytu?

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24



Wykres 2. Liczba poprawnych odpowiedzi dla poszczególnych zadań

5. Podsumowanie

Analizując wyniki testu osiągnięte przez uczniów po zakończeniu pierwszego etapu edukacji stwierdzono, że poziom myślenia logicznego dzieci (średni wynik 41,7%) nie jest zadowalający. Wśród studentów, przyszłych nauczycieli dzieci, poziom myślenia logicznego według tego samego testu jest zadowalający (średni wynik 82,6%). Należy jednak podkreślić, że poziom tego testu był dla studentów bardzo łatwy.

Literatura

de BONO E. *Naucz swoje dziecko myśleć*. Świat Książki, Warszawa 1995, ISBN 83-7129-133-7

KLUS-STANŃSKA D., KALINOWSKA A. *Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów*. Wydawnictwo Akademickie „Żak”, Warszawa 2014, ISBN 83-89501-23-6

JURCZAK A. *Kognitywizm w pedagogice przedszkolnej i wczesnoszkolnej*, Pedagogika Przedszkolna i Wczesnoszkolna Vol.

4, 2 (8)/2016, pp. 37-50, **ISSN 2353-7140, e-ISSN 2353-7159, on line [29.03.2018]** <http://www.czasopismoippis.up.krakow.pl>

PILCH T., BAUMAN T. *Zasady badań pedagogicznych*, Wydawnictwo Akademickie „Żak”, Warszawa 2010, ISBN 9788362015160

RYGAŁ G., BOROWIECKA A. Poziom logicznego myślenia dzieci w wieku 9 – 10 lat. Komunikat z badań, *Pedagogika Przedszkolna i Wczesnoszkolna* Vol. 5, 2/1 (10/1)/2017, pp. 217-224, **ISSN 2353-7140, e-ISSN 2353-715.**

Jedno proste zadanie...

Ewa Swoboda

Akademia Państwowa Wyższa Szkoła Techniczno-Ekonomiczna
w Jarosławiu

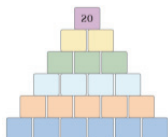
1. Wstęp

Współczesne koncepcje nauczania matematyki podkreślają, że nauczyciel nie może być „przekaznikiem wiedzy”, a już tym bardziej – instruktorem, dostarczającym szczegółowych wskazówek postępowania, na przykład przy rozwiązywaniu zadań (Hejny & Zemanová 2013, Novotná & Sarazzy 2005, Tichá & Hošpesová 2013, Rožek 2016). Nauczanie matematyki ma przebiegać w taki sposób, aby uczeń mógł myśleć samodzielnie, aby dobierał sam sobie strategie postępowania, zgodnie z jego aktualną wiedzą i doświadczeniem. Takie postępowanie powoduje, że uczeń podczas pracy nie jest blokowany przez narzucane mu odgórnie schematy, których często nie rozumie (Rožek, 2016). Pracując samodzielnie sam dobiera sposób kodowania informacji, sam analizuje związki w zadaniu i wybiera te, które są dla niego najbardziej czytelne. Cała jego aktywność jest ukierunkowana na znalezienie rozwiązania, nie martwi się, czy obrona przez niego metoda będzie zaakceptowana przez nauczyciela. Samodzielność w rozwiązywaniu zadań (również w klasie) wspiera budowanie schematów – wykorzystanie wcześniejszej wiedzy w nowej sytuacji powoduje wzmocnienie istniejącej sieci kognitywnej, zaś dyskutowanie różnych rozwiązań pochodzących od innych uczniów powoduje, że aktualna wiedza każdego uczestnika lekcji pogłębia się, wzbogaca o nowe powiązania.

W tym opracowaniu pokażę, jak wiele niespodziewanie różnych podejść zaprezentowali uczniowie, samodzielnie rozwiązując jedno proste zadanie.

2. Organizacja pracy nad zadaniem

Uczniowie rozwiązywali zadanie o treści: W każdym rzędzie suma liczb na klockach wynosi 20. Uzupełnij liczbami pola na każdym poziomie.



Rysunek 1 *Zadanie rozwiązywane przez uczniów*

Matematyczny sens tego zadania jest oczywisty; polega na rozkładzie liczby 20 na składniki – na dwa, trzy, cztery, pięć sześć. Zadanie mieściło się w kompetencjach dzieci uczęszczających do klasy I, a już z pewnością do klasy II. Można je było potraktować jako proste zadanie rachunkowe.

Zadania posiada wiele rozwiązań, jako że liczbę 20 można rozłożyć na składniki naturalne na wiele różnych sposobów. Było ono rozwiązywane w styczniu 2018 roku, w grupie 59 dzieci, uczniów dwóch różnych klas. Uczniowie pracowali podczas dodatkowych zajęć. Nauczyciel zaprezentował zadanie i omówił jego treść, aby się upewnić, że wszyscy ją zrozumieli. Potem zadanie było rozwiązywane indywidualnie przez uczniów.

Podczas prezentowania rozwiązań okazało się, że uczniowie spontanicznie zastosowali niespodziewanie dużo strategii.

3. Strategie stosowane przez uczniów

Najbardziej prosty podział sposobów rozwiązywania zadania prowadzi do wyróżnienia dwóch strategii:

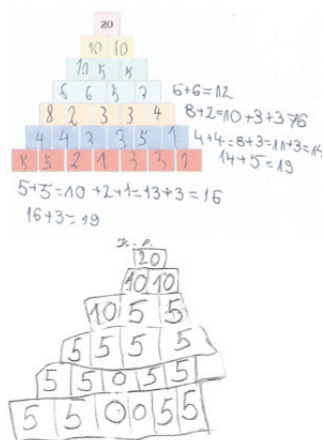
- traktowanie każdego poziomu oddzielnie;

- traktowanie poziomu wyższego jako punktu wyjścia do badania poziomu niższego (rozkład kaskadowy).

Strategia: każdy poziom oddzielnie

Ta strategia pojawiała się dość sporadycznie. Uczniowie wiedzieli, że suma składników na każdym poziomie powinna wynosić 20. W ich pracy nie można było jednak zauważyć związków między wcześniejszymi rozwiązaniami (na wyższym poziomie). Bywało tak, że metodą prób i błędów starali się dopasować wpisywane wartości, by w sumie osiągnąć wartość dwadzieścia. Pokazują to rozwiązania na rysunkach 2,3,4.

W pierwszej pracy (rys. 2) uczennica najpierw wstawiała dwie liczby jednocyfrowe, a potem mozolnie dodawała kolejne składniki, zapisując obok wyniki cząstkowe. Ale byli i tacy, którzy oparli swoją pracę na świadomości, że dwadzieścia stanowi sumę dwóch dziesiątek. W zależności więc od ilości składników, grupowali liczby tak, aby kolejne 2-3 okienka dawały 10. Mogło to być $5 + 5$, albo $6 + 4$. Tyle, że proponowany rozkład 10 na każdym poziomie był robiony niezależnie. W prezentowanym przykładzie (rys.3) mamy: $6 + 4$, $5 + 5$, $2+7+1$, $9 + 1$, $2+2+2+3$. Inną ciekawą strategię w tej grupie było operowanie jedynie 10-tkami i piątkami. W takiej sytuacji uczeń nie wychodził poza trzy składniki: 10, 5, 0 (rys.4). Tam, gdzie nie wystarczało rozbicie wartości na piątki, uczeń w okienka wpisywał 0.



Rysunek 2



Rysunek 3

Rysunek 4

Jednak w większości uczniowie starali się podchodzić do zadania tak, aby w jakimś stopniu wykorzystać to, co udało im się przeliczyć na poziomie wcześniejszym. Te „stopnie” wykorzystania wyników z poziomu wcześniejszego były bardzo różne. Omawiam tę sytuację oddzielnie.

Rozkład Kaskadowy

Tak nazywam strategię, gdzie uczeń w świadomy sposób nawiązywał do wyniku osiągniętego wcześniej. Tutaj dało się zauważyć cały szereg interesujących pomysłów.

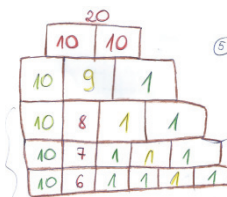
A. Wydzielenie stałej, powtarzającej się wartości. Na przykład na pierwszym poziomie uczeń rozbił 20 na dwie dziesiątki. Na niższych poziomach przepisywał 10, i zajmował się tylko rozbijaniem drugiej dziesiątki. W ten sposób zadanie stało się zdecydowanie łatwiejsze, gdyż uczeń musiał kontrolować swoje działanie w zakresie dużo mniejszych liczb.

B. Wykorzystanie skłádnika 1. Taka strategia często była wsparta dodatkowym wykorzystaniem powtarzającej się dziesiątki. Powiększanie ilości skłádników polegało na rozbięciu liczby n na dwa skłádniki: 1 oraz $(n - 1)$. W takim ukłádzie piramida stawała się w pewnym sensie symetryczna – jedna krawędź była budowana z dziesiątek, a druga z powtarzających się jedynek (rysunek 5, rysunek 6).

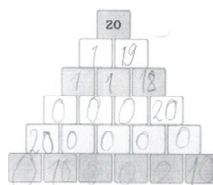
C. Wykorzystanie skłádnika 0. Po pierwszym rozkłádzie 20 na dwa skłádniki uczeń nowe okienka każdego kolejnego poziomu uzupełniał zerami (rysunek 7).



Rysunek 5



Rysunek 6



Rysunek 7

4. Nieoczekiwane przeszkody, generowane przez tworzenie serii

Jedna z takich przeszkód polegała na tym, że uczniowie dążyli do rozkłádu na jednakowe skłádniki. Taka postawa pojawiała się dość często. Mogła być spowodowana zauważeniem, że na pewnym poziomie pojawiły się same piątki. Wtedy na niższym poziomie uczeń mógł eksperymentować z czwórkami (ma być więcej skłádników, więc wartość pojedynczego skłádnika powinna być mniejsza). Sukces w znalezieniu takiego „eleganckiego” rozkłádu mógł prowokować do kontynuowania zauważonej regularności. Kolejną wartością poddaną badaniu było więc 3 lub 2. Czasami uczeń zadawał się częściowym rozwiązaniem – pisał trójki tak daleko jak tylko to było możliwe, a w ostatnie okienko wpisywał wartość będącą dopełnieniem do 20tu (rysunek 8, 9).



Rysunek 8



Rysunek 9

Kolejny problem nazwałam „problem szóstego poziomu“. Między rozkładem wartości 20 na 5 składników, a tym na 6 składników pojawiła się u uczniów bariera. Do poziomu 5 składników uczeń radził sobie sprawnie, i wiązał ze sobą kolejne poziomy. Stanąwszy przed koniecznością kontynuowania pracy i wygenerowania rozkładu na sześć składników – zupełnie zmienił strategię, szukał nowego pomysłu, często metodą prób i błędów (rysunek 11).

Czasami pokonanie takiej przeszkody było samo w sobie pozytywne. Uczeń nagle patrzył na zadanie na nowo, i odkrywał cały szereg nowych rozwiązań. Musiało to być dla niego ważne odkrycie, wymagające dodatkowego zapisu, już poza samą „piramidą” (rysunek 12).



Rysunek 11



Rysunek 12

5. Podsumowanie

Omówienie proponowanych rozwiązań okazało się ciekawsze niż samo rozwiązywanie. Dało okazję do wielu porównań, do pokazania różnorodności podejść. Te strategie były na tyle interesujące, że warto było o nich z uczniami rozmawiać. Nie zawsze uczniowie byli świadomi, że robią rzeczy warte podkreślenia, czasami wręcz traktowali je jako „uchylenie się od rzetelnej pracy”. Być może podczas typowej lekcji by się one nie pojawiły. Ponieważ jednak zadania były rozwiązywane na zajęciach pozalekcyjnych, uczniowie mieli odwagę pracować „po swojemu”.

Obserwując proponowane przez uczniów rozwiązania nauczyciel sam może się dużo nauczyć – tak było w moim przypadku. Pewnie największym moim dydaktycznym niedopatrzaniem było zlekceważenie znaczenia tego zadania – nie sądziłam, że może być ono tak bogate w dydaktyczne możliwości. Zaskoczeniem dla mnie było systematyczne rozkładanie wcześniejszego składnika n na $1 + (n-1)$. Zaskoczeniem było wykorzystanie składnika 0. A już zupełnym zaskoczeniem była przeszkoda w przejściu z poziomu 5 składników na poziom 6 składników. Rozwiązania, zaprojektowane przez uczniów potwierdziły, że nie ma takiego okresu, w którym mogą powiedzieć, że już niczego nie potrafię się nauczyć od dzieci. Wystarczy tylko pozwolić im myśleć po swojemu.

Literatura

DĄBROWSKI, M. *Pozwólmy dzieciom myśleć*, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa, 2006.

GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA, E. (red.) *Edukacja matematyczna w klasie I*, CEBP 24.12 Sp. z o. o., Kraków, 2014.

HEJNÝ, M., ZEMANOVÁ, R., Vyučování orientované na budování schemat v praxi, *Matematika v primární škole*. (red.) Tomková B., Mokriš M., *Různé cesty, rovnaké cíle*, Prešov, 2013, s. 82-86.

NOVOTNÁ, J., SARRAZY, B., Model of a professor's didactical action in mathematics education: professor's variability and

students' algorithmic flexibility in solving arithmetical problems, *Proceedings of CERME4, Sant Feliu de Guíxols, Spain – 17 - 21 February 2005*, p. 696.

ROŽEK, B. On formal and informal notation of calculation during the early learning of arithmetic by young students, *Didactica Mathematicae* 38, 149-174, 2016.

TICHÁ, M., HOŠPESOVÁ, A. Developing teachers' subject didactic competence through problem posing, *Educational Studies in Mathematics* 83(1), 2013.

Kontakty na autory – řazeno abecedně**PhDr. Radka Dofková,
Ph.D.**

Katedra matematiky
Pedagogická fakulta
Univerzita Palackého
v Olomouci
E-mail:
radka.dofkova@email.cz

Mgr. Renáta Iždinská

Katedra matematickej
edukácie
Pedagogická fakulta
Prešovská univerzita
v Prešove
E-mail:
renata.izdinska@smail.unipo.
sk

**doc. PhDr. Alena
Hošpesová, Ph.D.**

Katedra pedagogiky
a psychologie – vedoucí
oddělení primární
a předškolní pedagogiky
Pedagogická fakulta
Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
E-mail: *hospes@pf.jcu.cz*

**doc. RNDr. Jitka
Laitochová, CSc.**

Katedra matematiky
Pedagogická fakulta
Univerzita Palackého
v Olomouc
E-mail:
jitka.laitochova@upol.cz

Mgr. David Nocar, Ph.D.

Katedra matematiky
Pedagogická fakulta
Univerzita Palackého
v Olomouci
e-mail: david.nocar@upol.cz

**doc. RNDr. Edita Partová,
CSc.**

Katedra didaktiky
přírodovedných predmetov
v primárnom vzdelávaní
Pedagogická fakulta
Univerzita Komenského
v Bratislave
E-mail:
partova@fedu.uniba.sk,

**doc. RNDr. Alena
Přidavková, Ph.D.**

Katedra matematickej
edukácie
Pedagogická fakulta
Prešovská univerzita
v Prešove
alena.pridavkova@unipo.sk;

**Dr hab. Grażyna Rygał
prof. AJD**

Akademia im. Jana Długosza
w Częstochowie
E-mail: g.rygal@ajd.czyst.pl

**doc. RNDr. Iveta
Scholtzová, PhD.**

Katedra matematickej
edukácie
Pedagogická fakulta
Prešovská univerzita
v Prešove
E-mail:
iveta.scholtzova@unipo.sk

Mgr. Libuše Smidžárová

Mateřská škola Jablčko
Velké Přílepy
E-mail: smidzar@volny.cz

Dr. hab. Ewa Swoboda

Państwowa Wyższa Szkoła
Techniczno-Ekonomiczna
w Jarosławiu
E-mail: eswoboda@ur.edu.pl

**PaedDr. Edita Šimčíková,
PhD.**

Katedra matematickej
edukácie
Pedagogická fakulta
Prešovská univerzita
v Prešove
edita.simcikova@unipo.sk

**Mgr. Blanka Tomková,
PhD.**

Katedra matematickej
edukácie
Pedagogická fakulta
Prešovská univerzita
v Prešove
E-mail:
blanka.tomkova@unipo.sk

**doc. RNDr. Tomáš Zdráhal,
CSc.**

Katedra matematiky
Pedagogická fakulta
Univerzita Palackého
v Olomouci
e-mail:
tomas.zdrahal@upol.cz

**doc. PaedDr. Katarína
Žilková, PhD.**

Katedra didaktiky
prírodovedných predmetov
v primárnom vzdelávaní
Pedagogická fakulta
Univerzita Komenského
v Bratislave
E-mail: katarina@zilka.sk

Contacts for authors**PhDr. Radka Dořková, Ph.D.**

Department of Mathematics
Pedagogical Faculty
Palacky University in
Olomouc
E-mail:
radka.dofkova@email.cz

Mgr. Renáta Iždinská

Department of Mathematical
Education
Pedagogical Faculty
Prešov University in Prešov
E-mail:
renata.izdinska@smail.unipo.
sk

**doc. PhDr. Alena
Hořpesová, Ph.D.**

Department of Pedagogy and
Psychology - Head of the
Department of Primary and
Preschool Education
Pedagogical Faculty
University of South Bohemia
in České Budějovice
E-mail: hospes@pf.jcu.cz

**doc. RNDr. Jitka
Laitochová, CSc.**

Department of Mathematics
Pedagogical Faculty
Palacky University in
Olomouc
E-mail:
jitka.laitochova@upol.cz

Mgr. David Nocar, Ph.D.

Department of Mathematics
Pedagogical Faculty
Palacky University in
Olomouc
e-mail: david.nocar@upol.cz

**doc. RNDr. Edita Partová,
CSc.**

Department of Didactics of
Natural Sciences in Primary
Education Pedagogical
Faculty
University of Comenius in
Bratislava
E-mail:
partova@fedu.uniba.sk,

**doc. RNDr. Alena
Přidavková, Ph.D.**

Department of Mathematical
Education
Pedagogical Faculty
Prešov University in Prešov
alena.pridavkova@unipo.sk;

**Dr hab. Grażyna Rygał
prof. AJD**
Akademia im. Jan Długosz in
Częstochowa
E-mail: g.rygal@ajd.czyst.pl

**doc. RNDr. Iveta
Scholtzová, PhD.**
Department of Mathematical
Education
Pedagogical Faculty
Prešov University in Prešov
E-mail:
iveta.scholtzova@unipo.sk

Mgr. Libuše Smidžárová
Kindergarten Jablicko
Velke Prilepy
E-mail: smidzar@volny.cz

Dr. hab. Ewa Swoboda
The State Higher Technical-
Economic School in
Jarosław
E-mail: eswoboda@ur.edu.pl

**PaedDr. Edita Šimčíková,
PhD.**
Department of Mathematical
Education
Pedagogical Faculty
Prešov University in Prešov
E-mail:
edita.simcikova@unipo.sk

**Mgr. Blanka Tomková,
PhD.**
Department of Mathematical
Education
Pedagogical Faculty
Prešov University in Prešov
E-mail:
blanka.tomkova@unipo.sk

**doc. RNDr. Tomáš Zdráhal,
CSc.**
Department of Mathematics
Pedagogical Faculty
Palacky University in
Olomouc
E-mail:
tomas.zdrahal@upol.cz

**doc. PaedDr. Katarína
Žilková, PhD.**
Department of Didactics of
Natural Sciences in Primary
Education Pedagogical
Faculty
University of Comenius in
Bratislava
E-mail: katarina@zilka.sk

Abstracts

Iveta Scholtzová, Renáta Iždinská. *Mathematic in pre-primary education in Slovakia and Germany (Bavaria).*

Abstract:

In an effort to gradually improve the standard of Slovak education, it is essential to take into account the findings from international comparison in education. The authors comparatively analyse the content of pre-primary mathematical education in Slovakia and Germany (Bavaria) from the aspect of early mathematical literacy. They focus on the areas of early mathematical literacy that are included within the content and aims of mathematical education in the curricula for pre-primary education in both Slovakia and Bavaria, and on how these early literacy areas are further elaborated.

Keywords: Pre-primary Education, Content of Education, Mathematical Early Literacy, Comparison

David Nocar, Tomáš Zdráhal. *Pupil's success rate in solving geomtric problems from math kangaroo contest at the beginning of secondary education.*

Abstract:

The article deals with the geometrical problems from the Math Kangaroo Contest and its solutions by pupils after completing primary school. The focus on geometric tasks is mainly due to this that this part of mathematics is for pupils in elementary schools more demanding and therefore less popular. Tasks from the Math Kangaroo Contest were used because it's a task other than the conventional type of problems in mathematics textbooks for elementary schools. Tasks from this contest could be for pupils more

interesting, more attractive and it could inspire them for this part of mathematics. Tests were prepared from selected geometric tasks and so modified form of the Math Kangaroo Contest was realized at the elementary school Horka nad Moravou. Participating 6th grade elementary school correspond to the Benjamin category of the Math Kangaroo Contest. The 6th grade were chosen in order to verify the pupils' ability to solve geometric problems after primary school just before continuing with another lesson from the geometry at secondary (lower secondary) school. Interesting could be a comparison of the results in classes with differently realized teaching. Mentioned school is the only school in Olomouc region where, in addition to regular teaching method, the Montessori teaching method is also being realized at primary school.

Keywords: geometrical problems, Math Kangaroo Contest, primary school, Montessori

Libuše Smidžárová, Alena Hošpesová. *Growing of mathematical literacy in pre - school education.*

Abstract:

In connection with the requirements of basic education and with regard to the tradition and the possibilities of the pre-school child, we have tested a two-dimensional model that shows the components of pre-mathematical literacy and their relations. The contribution shows the compliance of the model with the requirements of the current version of the EFP PE. Children's activities in the frame of the topic Saint Martin are presented.

Keywords: mathematical literacy, pre-school education

Edita Partová, Katarína Žilková. *Mobile applications for understanding od concept of ordering.*

Abstract:

Order is one of the most important types of relations that children are already acquainted with in the pre-school age. A thorough understanding of the nature of set order according to the number of elements requires further knowledge about the relation of order. The aim of the study is to describe the process of creating mathematical applets on the topic "number-based ordering" for young children with its specifics, and to present the results of research regarding the intervention of applet on development of the term order taking into consideration pupil's abilities, interests and needs.

Keywords: applet, primary education, mathematics, order

Alena Pridavková, Edita Šimčíková, Blanka Tomková. *Development of executive functions in mathematics through stimulation programme.*

Abstract:

Executive functions are a construct which is an important component of cognition and learning. The paper introduces and gives characteristics of a mathematical programme designed to stimulate executive functions. The programme is intended for socially disadvantaged pupils and has been developed within the APVV research project scheme. The program of stimulation utilises mathematical tasks and is structured in three dimensions: (1) the aspect of the stimulated executive function, (2) the aspect of the focus of the mathematical task, (3) the aspect of metacognitive analysis of the task.

Keywords: executive functions, stimulation program, mathematical task

Radka Dofková, Jitka Laitochová. *Prospective teacher readiness for working with graded tasks in primary mathematics.*

Abstract:

To provide an appropriate difficulty of mathematical tasks to suit the cognitive level of individual pupils in the classroom is a difficult task. One solution can be to use so-called graded tasks. Working with graded tasks and in particular the creation of them, however, it is difficult for teachers, because the individual tasks must be properly escalated. The aim of the paper is to identify the level of readiness of prospective elementary school teachers to work with graded mathematics problems, namely students of the Faculty of Education, Palacký University in Olomouc, who study in full-time and combined forms. A questionnaire was used to our structures, in which respondents evaluated the effectiveness of graded tasks in the classroom, their impact on the development of mathematical thinking, their demands on teacher training, etc.

Keywords: graded tasks, teacher, mathematics, readiness

Grażyna Rygał, Agnieszka Borowiecka. *Logical thinking as an element of children's mathematical development.*

Abstract:

We all know how important are mathematics and its applications in all areas of life in today's world. In order for each pupil to achieve a certain satisfactory mathematical development, the beginning of his/her education is extremely important. It is precisely these first experiences and acquired skills that often determine the further motivation for learning mathematics. To understand mathematics well, you need logical thinking, among other things. The authors have attempted to examine the level of logical thinking of children after the first stage of education as well as of students of pre-school and early-school education, future teachers of grades I-III. The

research was carried out in September 2017 and March 2018 in the Silesian Voivodeship.

Keywords: thinking, mathematical thinking, logical thinking, education of children in grades I-III

Ewa Swoboda. *One simply task...*

Abstract:

In this paper, I present strategies that 8-year-old students used when solving a simple arithmetic task. The analysis of these solutions also made possible to note the occurrence of some unexpected epistemological obstacles.

Keywords: arithmetic task, individual strategies, epistemological obstacle.

Informace pro autory

Účelem časopisu je dát prostor pro publikování různých typů článků (uveřejňovány budou stati, studie, výzkumné zprávy, recenze atp.), které se budou vztahovat ke specifickému stupni vzdělávání – tedy primární a preprimární školy.

Všechny texty budou procházet standardním recenzním řízením. Vzhledem k tomu, že aspirací časopisu je předkládat kvalitní práce, budou články předány dvěma recenzentům (v případě bipolárních stanovisek bude text zadán třetímu recenzentovi), přičemž recenzní řízení bude pro autory anonymní.

Autor ucházející se o publikování svého článku deklaruje, že se jedná o původní text.

Šablonu pro psaní jednotlivých typů článků i kritéria pro jejich hodnocení můžete nalézt na webových stránkách <http://kpv.upol.cz/magister.php>. Zde uvádíme nejdůležitější upozornění:

- rozsah kompletního textu (na základě souhlasu redakční rady možno publikovat delší texty):
 - stať – do 20 normostran;
 - studie – do 40 normostran;
 - výzkumné zprávy – do 15 normostran;
 - recenze – do 5 normostran;
- autor v úvodu textu uvede anotaci a klíčová slova v českém (nebo slovenském / polském) jazyce a v anglické jazykové mutaci;
- autor se zavazuje v článku respektovat aktuální bibliografickou citaci dle normy ČSN ISO 690:2011;
- obrázky, tabulky, schémata atp. autor umístí jednak do textu, avšak také přiloží zvlášť (z důvodu rizika zhoršení kvality v textovém editoru);

- mimo samotný text by měl autor uvést kontaktní údaje (jméno s tituly, kontaktní korespondenční a elektronickou adresu);
- autor může svůj text zaslat buď korespondenčně na CD nosiči, nebo jako přílohu elektronickou poštou na následující adresy:
 - PhDr. Dominika Provázková Stolinská, Ph.D.;
Žižkovo nám. 5, 771 40 OLOMOUC;
 - Journal.MAGISTER@gmail.com;
- své články zasílejte vždy 1,5 měsíce před vydáním aktuálního čísla – tedy do 10. dubna a 10. října daného roku;
- upozorňujeme autory, že publikované články nebudou honorovány (nebudou-li vyžádány redakční radou).

Děkujeme všem, kteří máte zájem s námi spolupracovat, publikovat, komentovat a tím podporovat spolutváření poznatkové linie v naší oblasti pedagogické vědy.

Information for Authors

The purpose of the magazine is emerging to give space for the publication of different cell types (they published articles, essays, research reports, reviews, etc.), which will apply to a specific level of education – primary and pre-primary schools.

All texts will go through the standard review process. Due to the fact that the magazine is present aspiration quality work, the articles presented to two reviewers (in the case of bipolar positions the text entered third reviewer), the review process will be anonymous authors.

Author applying for publishing his article declares that it is the original text.

Template for writing different types of articles as well as criteria for their evaluation can be found on the website <http://kpv.upol.cz/magister.php>. Here are the most important notes:

- the scope of the complete text (on the basis of the consent of the editorial board to publish longer texts):
 - articles – up to 20 pages;
 - study – to 40 standard pages;
 - research reports – up to 15 standard pages;
 - reviews – to 5 pages;
- the author in the introduction to the text indicating the annotation and keywords in Czech (or Slovak / Polish) language and English version;
- the author undertakes to respect the current article bibliographic citation according to ISO 690:2011;
- figures, tables, diagrams, etc.. author places both in the text, but also attached separately (because of the risk of deterioration in a text editor);

- out of the text the author should include the contact information (name with titles, postal contact and e-mail);
- author can send the text either by mail on a CD or as an attachment via e-mail at the following addresses:
 - PhDr. Dominika Provázková Stolinská, Ph.D.;
Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc, the Czech Republic;
 - Journal.MAGISTER@gmail.com;
- send your articles always 1.5 months prior to the current issue – until 10th April and 10th October of that year;
- note the authors of the published articles are not remunerated (unless requested by the editorial board).

Thanks to all who are interested to work with us, publish, comment on and promote the line helping shape the knowledge in our field of pedagogical sciences.